



ریاضی دهم فولیتو

The 10th

نمره 20 امتحان + درصد 100

[به قلم و روش پنهان سرهنگی]

1

فهرست 1 مجموعه، الگو و دنباله

2 مثلثات

3 توان های گویا و عبارت های جبری

4 معادله ها و نامعادله ها

5 تابع

6 شمارش، بدون شمردن

7 آمار و احتمال

1 مجموعه، الگو و دنباله

درس اول مجموعه های متناهی و نامتناهی

درس دوم متمم یک مجموعه

درس سوم الگو و دنباله

درس چهارم دنباله های حسابی و هندسی

3

مجموعه اعداد

1 اعداد طبیعی $N = \{1, 2, \dots\}$

2 اعداد حسابی $W = N \cup \{0\} = \{0, 1, 2, \dots\}$

3 اعداد صحیح $Z = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$

4 اعداد گویا $Q = \{\frac{m}{n} | m, n \in Z, n \neq 0\}$

5 اعداد گنگ $Q' = \{x | x \notin Q\}$

6 اعداد حقیقی $R = Q' \cup Q$

توجه: $Q' \cap R = Q'$ مجموعه اعداد گنگ فقط با مجموعه اعداد حقیقی اشتراک دارد

توجه: $N \subseteq W \subseteq Z \subseteq Q \subseteq R$

4

EX کدام یک از اعداد زیر گویا و کدام یک گنگ می باشند؟ مکان تقریبی هر یک از آن ها را روی محور مشخص کنید.

$-\frac{1}{3}, 3/14, \frac{\pi}{4}, -\sqrt{3}, 4, 0$

T اگر $\alpha = \frac{1+\sqrt{3}}{2}$ آن گاه کدام عدد زیر گویاست؟

$\alpha^2 - 4\alpha(4)$ $\alpha^2 - 3\alpha(3)$ $\alpha^2 - 2\alpha(2)$ $\alpha^2 - \alpha(1)$ ✓

دو مشترک همی گزینه ها چه؟

5

6

بازه و نمایش آن

نمایش مجموعه ای

نمایش هندسی

بسته $\{x \in R | -1 \leq x \leq 2\} = [-1, 2]$

باز $\{x \in R | x < 2\} = (-\infty, 2)$

نیم باز $\{x \in R | 1 \leq x < 4\} = [1, 4)$

$\{x \in R | -3 < x \leq 0\} = (-3, 0]$

7

T در بازه $(2-a, 2+a)$ دقیقاً پنج عدد صحیح وجود دارد. حداکثر مقدار a کدام است؟

4(4) 3(3) ✓ 2(2) 1(1)

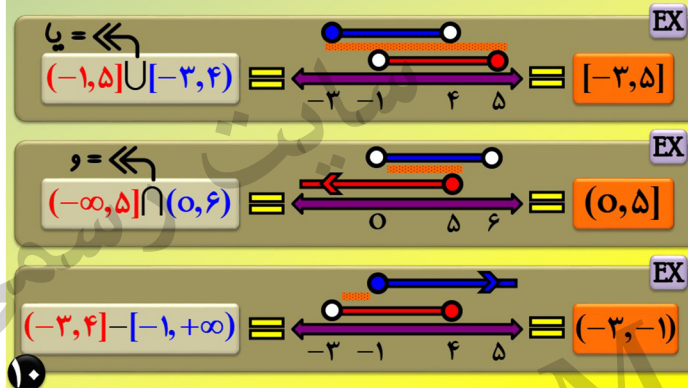
پایکزاری گزینه ها خیلی وقتا جوابه 1

8



EX اگر $\frac{m+1}{3} \in [-1, 4]$ باشد، حدود m را مشخص کنید.

۹



۱۰

T اشتراک بازه های $[-2, a]$ و $[b, 4]$ برابر $(-\frac{2}{3}, 1)$ است. اجتماع بازه های $(-2a-1, b)$ و (b, a) کدام است؟

(۱) $(-3, 1)$ (۲) $(-1, \frac{2}{3})$ (۳) $(1, 4)$ (۴) $(-3, 1) - \{-\frac{2}{3}\}$ ✓

بازه ها رو ببر رو محور تا a و b پیدا شنه.

۱۱

مجموعه **متناهی**: مجموعه ای است که تعداد اعضایش **قابل شمارش** (عدد حسابی) است. (ته داره)

مجموعه **نامتناهی**: مجموعه ای است که تعداد اعضایش **غیر قابل شمارش** است. (ته ندراره)

T از بین مجموعه های زیر، چندتا متناهی هستند؟

الف) مجموعه ی تمامی مدارس شهر تهران
ب) مجموعه ی اعداد صحیح زوج چهار رقمی
پ) مجموعه ی تمامی اعداد گویایی که صورتشان ۳ است.
ت) مجموعه ی تمامی درخت های آسیا
ث) مجموعه ی اعداد طبیعی که مربع آنها، حداقل ۳ رقمی است.

(۱) یک (۲) دو (۳) سه (۴) چهار

۱۲

EX (تمرین کتاب) متناهی یا نامتناهی بودن مجموعه های زیر را مشخص کنید.

الف) مجموعه اعداد طبیعی

ب) مجموعه شمارنده های طبیعی عدد ۳۶

ت) $A = \{x \in \mathbb{N}, 1 < x < 2\}$

پ) بازه $(\frac{1}{4}, \frac{1}{3})$

ث) مجموعه مقرب های طبیعی عدد ۱۰۰

(تمرین کتاب) اگر $A \subseteq B$ و B مجموعه ای متناهی باشد، آنگاه A متناهی فواید بور یا نامتناهی؟

۱۳

T اگر A مجموعه ای متناهی و B مجموعه ای نامتناهی باشد، آن گاه کدام مجموعه زیر الزاماً متناهی است؟

$A \cup B$ (۱) $B - A$ (۲) $A - B$ (۳) ✓ $B \cap \mathbb{N}$ (۴)

میخونی یا مثال وزن کلو دیماری؟

۱۴

T اگر A مجموعه ای متناهی و C و B مجموعه هایی نامتناهی باشند، در مورد هر یک از مجموعه های $(B \cup A) - C$ و $(C \cap A) \cup B$ به ترتیب از راست به چپ چه می توان گفت؟

(۱) قطعاً نامتناهی - متناهی یا نامتناهی
(۲) قطعاً متناهی - قطعاً متناهی
(۳) قطعاً نامتناهی - قطعاً نامتناهی
(۴) متناهی یا نامتناهی - متناهی یا نامتناهی

مثال بزن واسه فودرت چون داراشه.

۱۵

تست های درس اول For 100%

T اگر A مجموعه ای دلخواه و $Z - A$ متناهی و ناتهی باشد، کدام مجموعه ی زیر حتماً متناهی است؟

$(N - A) \cup (Z - A)$ (۴) ✓ $Z - (A - N)$ (۳) $Q - (Z - A)$ (۲) $A - N$ (۱)

پای A به مجموعه فرض کن که با فرضیات منج بشه.

۱۶



T اجتماع تمام بازه های به فرم $\left[1-\frac{1}{n}, 1+\frac{1}{n}\right]$ کدام است؟ ($n \in \mathbb{N}$)

(۱) $[0, 2]$ (۲) $[0, 1]$ (۳) $[1, 2]$ (۴) $\{1\}$

فقط بازه رو مناسبه کن و بقیه رو دور...

۱۷

T اجتماع مجموعه‌ی $S = (1, 7) - [4, 6]$ با کدام گزینه شامل تعداد بیشتری از اعداد صحیح است؟

(۱) $A = \left\{x \in \mathbb{Z} \mid \frac{x^2+4}{x^2} \in \mathbb{N}\right\}$ (۲) $B = \{x \in \mathbb{N} \mid -4 < x \leq 4\}$

(۳) $C = \{x \in \mathbb{Z} \mid x \in (-, 2) \cup (5, 7)\}$ (۴) مجموعه‌ی اعداد اول یک رقمی D

۱۸

T مجموعه مقادیر α کدام بازه‌ی زیر باشد تا محیط شکل (a) از محیط شکل (b) بیشتر باشد؟ (کامل ترین گزینه را انتخاب کنید.)

(۱) $(-\infty, 2)$ (۲) $(2, 4)$ (۳) $(2, 3)$ (۴) $(0, 1)$

(a)

(b)

۱۹

T اگر برای مجموعه‌های A, B, C و D که هر کدام معرف یکی از مجموعه‌های اعداد طبیعی، اعداد صحیح، اعداد گویا و اعداد حقیقی است رابطه $A \subset B \subset C \subset D$ برقرار باشد مجموعه اعداد گنگ کدام است؟

(۱) $B \cup C$ (۲) $C - B$ (۳) $D - C$ (۴) $C - B$

۲۰

T حاصل $\alpha^2 + 2\alpha$ به ازای کدام عدد زیر، گویاست؟

(۱) $\sqrt{2} + 1$ (۲) $\sqrt{2} + 2$ (۳) $\sqrt{2} - 2$ (۴) $\sqrt{2} - 1$

از اعداد اول استفاده کن...

۲۱

T مجموعه $A = \left\{n \in \mathbb{N} \mid \frac{2n+21}{n+2} \in \mathbb{N}\right\}$ چند عضو دارد؟

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۶

کسره رو تکیه کن...

۲۲

T اگر α یک عدد حقیقی گنگ و به ازای هر α ، $\frac{3\alpha+k}{2\alpha-3}$ یک عدد حقیقی گویا باشد، آنگاه k کدام می‌تواند باشد؟

(۱) $\frac{9}{2}$ (۲) $-\frac{9}{2}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $-\frac{3}{2}$

از ضربات آلفا صورت و مخرج فاکتور بگیر...

۲۳

T اگر $\{1, 2, m+1\} = \{3, m-1, n-2\}$ آن گاه حاصل $m-n$ کدام است؟

(۱) ۰ (۲) -۱ (۳) ۳ (۴) -۲

اون ۳ باید برابر بی باشه؟

۲۴



T به ازای چند مقدار a دو مجموعه $\{a, a^2\}$ و $\{1, b, b^2\}$ با یکدیگر برابرند؟

(۱) یک مقدار (۲) دو مقدار (۳) هیچ مقدار (۴) بی شمار مقدار

پندارتا بازه رو معاسبه کن و پیر رو معور...

۲۵

T اگر $M = \{1, 2, \dots, 9\}$ و $A = \{1, 2, 3\}$ به طوری که $B - A = \{4, 5\}$ برای B چند

جواب به دست می آید؟ (M مرجع است) (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۶

T کدام مجموعه نامتناهی است؟

- (۱) اعداد طبیعی مکعب کامل کوچک تر از ۱۰۰۰
(۲) اعداد صحیح نامثبت و مربع کامل
(۳) اعداد حقیقی نامنفی و کوچک تر از ۵
(۴) اعداد صحیحی که قدرمطلق کوچک تر از ۵ دارند.

۲۷

T چه تعداد از عبارت های زیر صحیح است؟ (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

- (الف) اجتماع دو مجموعه ی متناهی، مجموعه ای متناهی است.
(ب) اشتراک یک مجموعه ی متناهی با یک مجموعه ی نامتناهی، مجموعه ای نامتناهی است.
(پ) اشتراک مجموعه ی مضارب عدد ۵ با مجموعه ی مضارب عدد ۷، مجموعه ای متناهی است.
(ت) اگر A مجموعه ای متناهی و B مجموعه ای نامتناهی باشد مجموعه ی $A - B$ ، مجموعه ای نامتناهی است.

۲۸

T اگر مجموعه ی A متناهی و مجموعه های B و C نامتناهی باشند، در مورد هر یک از مجموعه های $A \cap (B \cup C)$ و $B - (A \cap C)$ ، به ترتیب از راست به چپ از نظر متناهی بودن

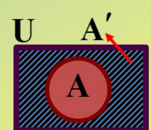
یا نبودن چه می توان گفت؟ (۱) متناهی - متناهی (۲) نامتناهی - متناهی
(۳) متناهی - نامتناهی (۴) نامتناهی - نامتناهی

۲۹



۳۰

مجموعه مرجع در هر سوال یک مجموعه را به عنوان مربع می دهند و با U نشان می دهند. تمام اعضا از U انتخاب می شوند هر عضوی که از U نباشد را انگار نمایشاسیم! (U اول Universal)



متمم مجموعه A مجموعه ای است که اعضایش در U هستند و در A

در A نیستند با A' نشان می دهند. $U - A = A'$ $U - A' = A$

توجه اگر مربع را ندهند، اعداد حقیقی را مربع در نظر بگیریم! مثلاً در بازه ها مربع R است.

توجه بهترین روش برای درست آوردن متمم یک بازه، استفاده از معور است.

۳۱

EX فرض کنید $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ مجموعه مرجع، $A = \{1, 2, 4\}$ و $B = \{3, 4, 5, 7\}$ باشند. مجموعه های $A' - B'$ و $A' - B$ را با اعضا مشخص کنید.

۳۲



T با کدام شرط دو مجموعه A و B متمم یکدیگر هستند؟

(۱) فقط $A \cap B = \emptyset$ (۲) فقط $A \cup B = M$

(۳) $A \cap B = \emptyset, A \cup B = M$ (۴) $A \cap B = \emptyset, A' \cup B' = \emptyset$

۳۳

عملیات جبری مجموعه ها در حضور متمم

قانون دمرگان

۱ $(A')' = A$ ۲ $(A \cup B)' = A' \cap B'$ & $(A \cap B)' = A' \cup B'$

۳ $A \cup A' = U$ & $A \cap A' = \emptyset$ ۴ $U' = \emptyset$ & $\emptyset' = U$

۵ $A - A' = A$ & $A' - A = A'$

۶ if $A \subseteq B$

$A \cup B = B$
 $A \cap B = A$
 $B' \subseteq A'$
 $A - B = \emptyset$

۳۴

T اگر $A \subseteq B \subseteq U$ و مجموعه U مرجع باشد، کدام رابطه همواره برقرار است؟

(۱) $B' \subseteq A'$ (۲) $B' \subseteq A$ (۳) $A' \subseteq B'$ (۴) $B \subseteq A'$

اون ۳ باید برابر بی باشد؟

۳۵

مجموعه های جدا از هم

A و B جدا از هم هستند $\Leftrightarrow A \cap B = \emptyset$

توجه: نهی با هر مجموعه ای دلتوا به جدا از هم اند. & هر مجموعه با متممش جدا از هم اند.

T با فرض $B - A = B$ حاصل $(B - A) \cup A' - ((A \cup B) - B)'$ کدام است؟

(۱) $A \cup B'$ (۲) A' (۳) A (۴) B

۳۶

کلمات کلیدی و تعداد اعضا فرض کن دو مجموعه A و B تحت شرایط زیر رخ دهند

هر دو با هم (=) $A \cap B$ تعداد اعضا $n(A \cap B)$

حداقل یکی (= یا) $A \cup B$ تعداد اعضا $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

فقط A $A - B = A \cap B'$ تعداد اعضا $n(A - B) = n(A) - n(A \cap B)$

۳۷

فقط یکی $(A \cup B) - (A \cap B) = (A - B) \cup (B - A)$ تعداد اعضا $n(A \cup B) - n(A \cap B) = n(A) + n(B) - 2n(A \cap B)$

هیچکدام $(A \cup B)' = A' \cap B'$ تعداد اعضا $n(A \cup B)' = n(U) - n(A \cup B)$

حداکثر یکی $(A \cap B)' = A' \cup B'$ تعداد اعضا $n(A \cap B)' = n(U) - n(A \cap B)$

۳۸

EX (کار در کلاس کتاب) در یک کلاس ۲۵ نفری، ۱۵ نفر عضو تیم فوتبال، ۱۱ نفر عضو تیم بسکتبال می باشند و ۵ نفر عضو هیچکدام نیستند. چند نفر از آن ها عضو هر دو تیم می باشند؟

۳۹

EX (امتحانات سال گذشته) فرض کنید A و B زیرمجموعه هایی از مجموعه مرجع U باشند که

$n(A \cap B) = ۲۵$, $n(B) = ۵۰$, $n(A) = ۷۰$, $n(U) = ۱۲۰$

مطلوب است: الف) $n(A \cup B)$ ب) $n(A' \cap B')$ ج) $n(A \cap B')$

۴۰



(تمرین کتاب) در یک نفرسنجی از ۱۱۰ مشتری یک فروشگاه زنجیره ای، مشخص شد که ۷۰ نفر از آن ها در ماه گذشته از محصولات شرکت A و ۵۷ نفرشان از محصولات شرکت B خرید کرده اند. همچنین ۳۲ نفر از آنها نیز اعلام کرده اند که در این مدت از هر دو شرکت خرید کرده اند. چه تعداد از این ۱۱۰ نفر در یک ماه گذشته،
الف) دستکم از یکی از این دو شرکت خرید کرده اند؟
ب) فقط از شرکت A خرید کرده اند؟
پ) دقیقاً از یکی از این دو شرکت خرید کرده اند؟
ت) از هیچ یک از این دو شرکت خرید نکرده اند؟

۴۱

EX یک دوره جشنواره فیلم کوتاه، با شرکت ۲۱ فیلم در موضوعات مختلف در حال برگزاری است که در بین آن ها ۷ فیلم کارتونی و ۸ فیلم طنز وجود دارد به طوری که ۳ تا از فیلم های کارتونی با مضمون طنز هستند. مطلوب است تعداد کل فیلم هایی که:
(۱) کارتونی یا طنزند
(۲) غیرکارتونی و غیر طنزند

۴۲

نرخ بیکاری

برابر است با نسبت تعداد افراد بیکار در یک جامعه، به تعداد کل افراد آن جامعه. اگر مجموعه U اعضای جامعه A افراد شاغل و A' افراد بیکار جامعه باشند، داریم: $\frac{n(A')}{n(U)} \leq 1$
در یک جامعه آماری، مجموعه افراد شاغل ۶۳ عضو بیشتر از مجموعه افراد بیکار دارد. اگر این جامعه به طور کلی ۹۶ عضو تشکیل شده باشد، نرخ بیکاری این جامعه چند درصد است؟

۴۳

تست های درس دوم

For 100%

T کدام یک از مجموعه های زیر با سایر مجموعه ها متفاوت است؟

Q' - R (۴) Q' ∩ Q (۳) W - N (۲) ✓ Z - R (۱)

۴۴

T اگر $A = \{x \in \mathbb{R} | x > 1\}$ و $B = \{x \in \mathbb{R} | x \leq -1\}$ باشد، آن گاه $A' \cap B'$ کدام است؟

$[-1, 1]$ (۱) $(-1, 1)$ (۲) $(-1, 1]$ (۳) ✓ $[-1, 1)$ (۴)

۴۵

T در یک کلاس ۴۵ نفری همه ی دانش آموزان کفش مشکی یا کت قهوه ای پوشیده اند. اگر

۳۰ نفر کفش مشکی و ۲۵ نفر کت قهوه ای پوشیده باشند، معین کنید چند نفر هم کفش مشکی و هم کت قهوه ای پوشیده اند؟
۱۳ (۴) ۵ (۳) ۱۵ (۲) ۱۰ (۱) ✓

نمودار ون رسم کن...

۴۶

T کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) هر مجموعه و متمم اش، دو مجموعه ی جدا از هم هستند.
- (۲) اگر A و B دو مجموعه مجزا از هم باشند، آن گاه $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$
- (۳) اگر A مجموعه ای متناهی و B مجموعه ای نامتناهی باشد، آن گاه $A \cup B$ متناهی است.
- (۴) مجموعه ی اعداد گویا و متمم آن، هر دو مجموعه های نامتناهی هستند.

۴۷

T $\frac{1}{3}$ از تعداد اعضای مجموعه ی A با مجموعه ی B و $\frac{2}{5}$ از تعداد اعضای B با A مشترک هستند.

اگر $n(A \cup B) = ۴۵$ باشد، در این صورت $n(A \cap B)$ کدام است؟
۲۰ (۴) ۱۵ (۳) ۱۰ (۲) ✓ ۵ (۱)

ون بکشد و هرچی فارسی گفته رو ریاضی بنویس...

۴۸



T اگر ۶۰٪ دانش آموزان کلاسی عضو تیم فوتبال، ۵۰٪ دانش آموزان کلاس عضو تیم والیبال باشند و ۵٪ آن ها عضو هیچ تیمی نباشند، در این صورت چند درصد دانش آموزان عضو هر دو تیم هستند؟

۲۰ (۱) ۱۵ (۲) ✓ ۱۰ (۳) ۵ (۴)

اینها فرض کن کلاش میشه ...

۴۹

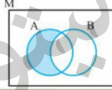
T کدام گزینه زیر درست است؟

$(Z \cup Q) \subset W$ (۲) $Q \subset (R \cap Z)$ (۱)

$(R \cap Q) \subset Q'$ (۴) $(Q \cap W) \subset Z$ (۳) ✓

۵۰

T متمم شکل رنگ شده کدام است؟



$(A \cup B) - A'$ (۲) $A' \cup B'$ (۱)

$(A \cup B) - A$ (۴) $B \cup A'$ (۳) ✓

رنگ شده میشه $A - B$ ، متمم حساب کن...

۵۱

T متمم مجموعه $((A \cup B) - A)' \cap A$ کدام است؟

B' (۴) A' (۳) ✓ $B \cap A'$ (۲) $B' \cap A$ (۱)

اول طبق دمرکان متمم رو حساب کن...

۵۲

T ساده شده $(A - B)' \cup (B - A)$ کدام است؟

$(A \cup B)'$ (۴) $A' \cup B'$ (۳) $A \cup B$ (۲) M (۱) ✓

۵۳

T اگر $A \subset B$ و $C' \subset B'$ ، حاصل $A' \cup C'$ کدام است؟

C' (۴) C (۳) A' (۲) ✓ A (۱)

به نمودار ون نگاه کنی کار درمیاره...

۵۴

T در یک مدرسه، ۵۵ نفر در رشته فوتبال، ۵۰ نفر در رشته والیبال و ۵۰ نفر در رشته بسکتبال شرکت کرده اند. اگر ۱۵ نفر فوتبال و والیبال، ۱۳ نفر والیبال و بسکتبال، ۱۱ نفر فوتبال و بسکتبال بازی کنند و کل ورزشکاران ۱۲۴ نفر باشند، چند نفر در هر سه رشته فعالیت می کنند؟

۶ (۱) ۷ (۲) ۸ (۳) ✓ ۹ (۴)

۵۵

1 مجموعه، الگو و دنباله

درس اول: مجموعه های متناهی و نامتناهی

درس دوم: متمم یک مجموعه

درس سوم: الگو و دنباله

درس چهارم: دنباله های حسابی و هندسی

۵۶



دنباله رشته‌ای از اعداد کنار هم را یک دنباله می‌گوییم.

t_1, t_2, t_3, \dots

جمله عمومی جمله‌ی عمومی یک دنباله (مثلاً t_n) ریخت کلی دنباله را نشان می‌دهد

ex if $a_n = \frac{n^2}{n+1} \Rightarrow a_7 + a_9 = ?$

ex $a_{3n-1} = \frac{\sqrt{n}}{n-2} \Rightarrow a_5 \& a_{11} = ?$

۵۷

EX جمله عمومی یک الگو به صورت $a_n = 5n + 3$ است.

(۱) مقدار جمله دهم الگو را مشخص کنید. (۲) جمله چندم الگو برابر ۱۰۸ است؟

۵۸

T اعداد طبیعی طوری دسته بندی شده‌اند که در هر دسته، کوچکترین عضو $\frac{1}{2}$ بزرگترین عضو دسته است. میانگین اعضای دسته پنجم کدام است؟ (تیر دوازده تیر ۱۵۴)

۲۴۰(۱) ۲۴۰(۵) ۲۴۲(۳) ۲۴۲(۴)

میانگین پنجم عدد منسوی الفاصله میشه میانگین اولی و آخری...

T مجموع ۲۰ جمله اول دنباله ای با جمله عمومی $t_n = \frac{1+(-1)^n}{2}$ چقدر است؟

۴(۴) ۲۰(۲) ۱۰(۳) ۰(۱)

هرمی کردن جملات در دو حالت زوج و فرد بسیار کمک‌کننده است...

۵۹

۶۰

دنباله خطی دنباله‌ای است با جمله عمومی درجه ۱ بر حسب n $t_n = an + b$

T در یک دنباله خطی، جمله سوم برابر ۲۹ و جمله نهم ۹۵ است. جمله دوم این دنباله کدام است؟

۱۵(۴) ۲۹(۳) ۱۸(۲) ۷(۱)

تا میان دهمی و یازدهم جمله عمومی به دست می‌آید

EX در یک الگوی خطی، جملات ششم، ۱۴ واحد از جمله دوم بیشتر است. در این الگو، جمله سیزدهم، چقدر از جمله هشتم بیشتر است؟

۶۱

۶۲

دنباله درجه دو دنباله‌ای است با جمله عمومی درجه ۲ بر حسب n $t_n = an^2 + bn + c$

EX جمله عمومی یک دنباله به صورت $a_n = n^2 - 4n$ است. پنج جمله اول این دنباله را بنویسید.

T در دنباله درجه دوم ۵، ۸، ۱۳، ... جمله هشتم کدام است؟ ۸۲(۱) ۶۸(۲) ۶۶(۳) ۷۴(۴)

در سکه سه معاره سه مجهول می‌تونی حل کنی؟

۶۳

۶۴



الگوی هندسی دنباله‌ها هر جمله یک دنباله را می‌توان با تعدادی نقطه یا خط هم نشان داد.
با نگاه به شکل و دقت به شماره‌اش، می‌توان الگوی برای دنباله و شکل‌های بعدی را عرّس زد.

$a_1 = 2^2$ $a_2 = 3^2$... $a_n = (n+1)^2$

۶۵

EX با توجه به الگو، تعداد چوب کبریت‌های به کار رفته در شکل n ام را بنویسید.

شکل (۱) شکل (۲) شکل (۳)

بین شماره هر جمله و مقدارش باید به پل منطقی بزنی...

۶۶

دنباله مربعی $t_n = n^2$

$t_1 = 1^2 = 1$ $t_2 = 2^2 = 4$ $t_3 = 3^2 = 9$

دنباله مثلثی $t_n = 1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$

$t_1 = 1$ $t_2 = 1 + 2 = 3$ $t_3 = 1 + 2 + 3 = 6$

۶۷

T اعداد طبیعی را به صورت $\{1\}, \{2, 3\}, \{4, 5, 6\}, \dots$ دسته‌بندی کرده‌ایم. بزرگ‌ترین عضو دسته بیستم کدام است؟

۲۱۲(۴) ۲۱۱(۳) ۲۱۰(۲) ✓ ۲۰۹(۱)

همه دسته‌ها کنار هم می‌شوند. شکل مربعی بیستم الگوی مثلثی است.

۶۸

EX (تمرین کتاب) الگوی زیر را در نظر بگیریم.

شکل ۱ شکل ۲ شکل ۳

الف) شکل بعدی را رسم کن.

ب) جمله عمومی الگو را بنویس.

ب) شکل دهم در این الگو چند نقطه دارد؟

۶۹

T در الگوی شکل مقابل تعداد دایره‌های شکل چندم برابر ۶۶ است؟

شکل (۱) شکل (۲) شکل (۳)

۱۶(۲) ✓ ۱۵(۱) ۱۸(۴) ۱۷(۳)

پس هر شکل نسبت به قبلی ۳ دایره اضافه دارد.

۷۰

EX (تمرین کتاب) الف) جمله بعدی الگوی مقابل را با رسم شکل بنویس و نوع دنباله را مشخص کن.

شکل ۱ شکل ۲ شکل ۳

ب) جمله عمومی آن را مشخص کن.

ب) جمله پنجم آن دنباله ۳۹۷ است؟

۷۱

T در الگوی مقابل، مساحت مثلث رنگی در شکل هفتم چقدر است؟
(در هر مرحله، وسط اضلاع مربع به هم وصل شده اند.)

شکل ۱ شکل ۲ شکل ۳

$\frac{1}{128}(۴)$ $\frac{1}{256}(۳)$ $\frac{1}{1024}(۲)$ $\frac{1}{512}(۱)$ ✓

پس مساحتی عراقل ۱۶مرله رو حساب کنی...

۷۲



تست های درس سوم **For 100%**

T اگر $a_n = (k-2)n^2 + (2k+1)n - k$ یک الگوی خطی، باشد، حاصل $a_6 - a_2$ کدام است؟

۱۸ (۱) ۲۰ (۲) ۳۸ (۳) ۲۴ (۴)

وقتی می که خطی یعنی درجه نسبت به n چند؟

۷۳

T در الگوی زیر، تعداد مربع های رنگ شده، یک دنباله درجه ۲ هستند. مجموع ضرایب جمله عمومی این دنباله چقدر است؟

۵ (۱) ۶ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

تو هر مرحله به مربع n در n داریم که ۴ تا و هوش مربع چیده شرم...

۷۵

T در یک دنباله خطی با جمله عمومی $a_n = \frac{1}{3}a_2 = \frac{1}{3}a_3$ و جمله پنجم، دو واحد بیشتر از قرینه نصف جمله اول است. جمله یازدهم کدام است؟

-۶ (۱) -۴ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴)

درواقع دومداره و دو مجهول داریم...

۷۷

T در الگوی زیر، تعداد نقاط چندمین شکل برابر ۵۰۵۰ است؟

۵۰ (۱) ۹۹ (۲) ۱۰۰ (۳) ۱۰۱ (۴)

دنباله مثلثی، ولی نه به دنباله مثلثی نرمال!

۷۹

T در یک الگوی خطی، جمله دهم، ۱۲ واحد از جمله هفتم بیشتر است. اگر مجموع جملات سوم و ششم برابر ۳۰ باشد، جمله بیستم کدام است؟

۷۴ (۱) ۱۶ (۲) ۷۶ (۳) ۷۷ (۴)

هرچی فارسی گفته رو ریاضی بنویس...

۷۴

T حاصل ضرب ۱۰ جمله اول دنباله با جمله عمومی $a_n = (-1)^{n+1} \frac{n}{n+1}$ کدام است؟

$\frac{1}{10}$ (۱) $-\frac{1}{10}$ (۲) $\frac{1}{11}$ (۳) $-\frac{1}{11}$ (۴)

۷۶

T در الگوی زیر، جمله عمومی دنباله به ازای $n = k+1$ کدام است؟

مرحله (۱) $t_{k+1} = k^2 + 4k + 4$ (۴)
مرحله (۲) $t_{k+1} = k^2 + 6k + 5$ (۳)
مرحله (۳) $t_{k+1} = k^2 + 4k + 3$ (۲)
مرحله (۴) $t_{k+1} = k^2 + 4k + 4$ (۱)

۷۸

T با توجه به الگوی شکل زیر، تعداد دایره های سفید در شکل مرحله یازدهم کدام است؟

۱۲۲ (۱) ۱۳۶ (۲) ۱۲۲ (۳) ۱۲۶ (۴)

تو هر مرحله داری ۲۲ دنباله مثلثی میبینی...

۸۰



T با توجه به الگوی زیر، در کدام مرحله تفاضل تعداد مربع‌ها از تعداد چوب کبریت‌ها برابر ۹۱ است؟

۸ (۱)	۱۰ (۲)	۱۲ (۳)	۱۴ (۴)
-------	--------	--------	--------

دو دنباله پایه تشکیل بری، ۱) تعداد چوب کبریت‌ها، ۲) تعداد مربع‌ها.

۸۱

T در یک الگوی خطی با جملات متمایز، حاصل کدام عبارت برابر جمله ی سیزدهم نیست؟

$5a_8 + a_{38}$ (۴)	$5a_{20} - a_{48}$ (۳)	$\frac{a_8 + a_{18}}{2}$ (۲)	$5a_5 - 4a_3$ (۱)
---------------------	------------------------	------------------------------	-------------------

سوالی که با گزینه کار دارن رو از گزینه‌های آخر شرح کن...

۸۲

T در یک الگوی خطی $a_n = 20$ و $a_{20} = n$ مقدار $a_n + 20$ چه عددی است؟

$2n - 20$ (۴)	$n - 20$ (۳)	$n + 20$ (۲)	0 (۱)
---------------	--------------	--------------	---------

همه فرضیات داده شده رو باز کن...

۸۳

T در الگوی مقابل، محیط نیم دایره شکل هفتم چقدر است؟

$\frac{178\pi}{81}$ (۴)	$\frac{64\pi}{81}$ (۳)	$\frac{178\pi}{243}$ (۲)	$\frac{64\pi}{243}$ (۱)
-------------------------	------------------------	--------------------------	-------------------------

سه جمله اول رو حساب کن میفهمی چه خبره...

۸۴

T با توجه به الگوی زیر، در شکل دهم اختلاف تعداد کاشی سفید و رنگی چه عددی است؟

۱۴ (۲)	۱۲ (۱)	۲۴ (۴)	۱۸ (۳)
--------	--------	--------	--------

پایه ۵۲ دنباله سرورگر داریم...

۸۵

T با توجه به الگوی زیر، مجموع چوب کبریت‌های استفاده شده در ۲۰ شکل اول کدام است؟

۶۵۰ (۲)	۶۳۰ (۱)	۶۸۰ (۴)	۶۷۰ (۳)
---------	---------	---------	---------

۸۶

T در الگوی زیر، جمع اعداد داخل مستطیل شکل دهم چقدر است؟

۴۷۵ (۴)	۴۸۵ (۳)	۴۹۵ (۲)	۵۰۵ (۱)
---------	---------	---------	---------

در واقع میشه کف مربع دهم دنباله مالتی...

۸۷

T در یک الگو با جمله عمومی $a_n = \frac{1}{n^2 + n}$ ، جمع صد جمله ابتدایی چه عددی است؟

$\frac{99}{100}$ (۴)	$\frac{101}{100}$ (۳)	$\frac{100}{101}$ (۲)	$\frac{99}{101}$ (۱)
----------------------	-----------------------	-----------------------	----------------------

جمله عمومی رو به صورت تفاضل ۲ تا بهتون بویس...

۸۸

1

درس اول ← مجموعه های متناهی و نامتناهی

درس دوم ← متمم یک مجموعه

درس سوم ← الگو و دنباله

درس چهارم ← دنباله های حسابی و هندسی

مجموعه، الگو و دنباله

۸۹

دنباله ی حسابی

$a_1 \xrightarrow{+d} a_2 = a_1 + d \xrightarrow{+d} a_3 = a_1 + 2d \rightarrow a_n = a_1 + (n-1)d$

$d > 0$ صعودی $1, 5, 9, 13, \dots$ $d < 0$ نزولی $4, 1, -2, -5, \dots$ $d = 0$ ثابت $4, 4, 4, \dots$

واسطه ی حسابی

$c \quad b \quad a \rightarrow b = \frac{a+c}{2}$

b واسطه حسابی
همولات کتاریشه ۱

(۳همله متساوی الفاصله از یک دنباله حسابی)

۹۰

EX کدام یک از دنباله های زیر، دنباله حسابی است. جمله عمومی دنباله حسابی را بنویسید.

(۱) $-2, 4, 10, \dots$ (۲) $3, 7, 12, \dots$

۹۱

EX در یک دنباله حسابی، جملات هفتم و یازدهم به ترتیب ۹ و ۱۷ می باشد. جمله عمومی دنباله را مشخص کنید.

۹۲

T در یک دنباله حسابی، $a_{n-1} = 17$ و $a_{n+2} = 35$ می باشد. قدرنسبت این دنباله کدام است؟

۵(۱) $\frac{6}{2}$ (۲) $\frac{3}{3}$ (۳) $\frac{4}{4}$

۹۳

EX (تمرین کتاب) در یک دنباله حسابی مجموع ۳۳ هلمه اول و ۳۳ هلمه بعری آن ۳۹ است. دنباله را مشخص کنید.

۹۴

T اندازه ی اضلاع یک مثلث قائم الزاویه تشکیل دنباله ی حسابی با قدرنسبت ۲ می دهند. مساحت مثلث کدام است؟

۲۴(۱) $\frac{48}{2}$ (۲) $\frac{36}{3}$ (۳) $\frac{12}{4}$

۹۵

T در یک دنباله حسابی، اگر $a_{13} = 30$ و $a_{15} - a_{11} = 120$ باشد، جمله ی بیستم کدام است؟

۳۷(۴) $\frac{25}{3}$ (۳) $\frac{36}{2}$ (۲) $\frac{33}{5}$ (۱)

۹۶

EX (کار در کلاس) بین اعداد ۱۸ و ۶۲ سه عدد پنهان درج کنید که ۵ عدد حاصل تشکیل یک دنباله حسابی بدهند.

درج واسطه حسابی بین ۲ عدد، تپیی معروف...

T بین ۵ و ۱۲، پنج واسطه حساسی درج کرده‌ایم. مجموع واسطه های دوم و چهارم درج شده

۱۷(۴) ✓ ۱۶(۳) ۱۵(۲) ۱۴(۱) کدام است؟

9人

97

EX در دنباله هندسی ۲, ۶, ۱۸, ...، قدر نسبت دنباله را به دست آورید و جمله عمومی آن را بنویسید.

شما با یک پشیمک حاج عبدال... طرفیده))



99

EX (تمرین کتاب) بمالات سو۴ و ششم یک دنباله هندسی به ترتیب ۱۲ و ۹۶ می‌باشند. دنباله ۱۱ مشخص کنید.

۲۔ دعاؤں کو پڑھو اور دعاؤں سے...



چقدر از $\frac{1}{4}$ کمتر است؟ (تقریبی، اقل تیره ۱۴۰۳)

با دو تا معادله درجه شمره جمله اول و قدر نسبت رو درست بیلیر...

۱۰۳

۱۰۳

T جمله عمومی یک دنباله هندسی به صورت $t_n = \frac{2^n - 1}{3}$ است. مجموع جمله‌ی اول و قدر

نسبت این دنباله، کدام است؟ $\frac{7}{6}$ (۱) ✓ $\frac{7}{3}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{6}$ (۴)

قدر نسبت همیشه نسبت جمله دوم به جمله اول...

١٠٢

چقدر از $\frac{1}{4}$ کمتر است؟ (تقریبی، اقل تیره ۱۴۰۳)

با دو تا معادله دایره شمره جمله اول و قدر نسبت رو درست یابید...

۱۰۳

۱۰۳

T در یک دنباله‌ی هندسی جمله‌ی هفتم ۲۷ برابر جمله‌ی چهارم است. اگر جمله‌ی دوم ۶ باشد

اختلاف جمله‌ی پنجم از جمله‌ی ششم کدام است؟ ۳۲۴(۱)✓ ۱۶۲(۲) ۲۷(۳) ۱۳۶(۴)

با دو تا معادله درجه شمره جمله اول و قیور نسبت رو بدست بیارید...

۱۰۴

۱۰۳



EX اگر $2x$ ، $x+1$ و $x-1$ به ترتیب ۳ جمله متوالی از یک دنباله هندسی باشند، قدرنسبت آن کجاست؟

شرط هندسی شدن ۳ جمله متوالی چه؟

۱۰۶

تست‌های درس چهارم For 100%

T بین دو عدد ۱۷ و ۹۳، هجده واسطه‌ی حسابی درج کرده‌ایم. واسطه‌ی یازدهم کدام است؟

(جملات دنباله را به صورت افزایشی در نظر بگیرید) $57(1)$ $61(2)$ $65(3)$ $53(4)$

واسطه یازدهم میشه جمله پنجم راستی؟

۱۰۸

EX (تمرین کتاب) علی دوپرفه‌ای را ۵۰۰ هزار تومان خرید. اگر قیمت آن هر سال ۲۰٪ نسبت به سال قبل افت می‌کند،

الف) اگر پس از ۳ سال قدر فروش دوپرفه‌اش را داشته باشد، به چه قیمتی می‌تواند آن را بفروشد؟

ب) قیمت دوپرفه پس از گذشت ۸ سال از چه رابطه‌ای بدست می‌آید؟

ماهی ۱ هر سال قیمت دوپرفه ۸۰ درصد سال قبشه...

۱۰۵

T بین ۴ و ۳۲۴، سه واسطه هندسی درج کرده‌ایم. جمله‌ی چهارم این دنباله غیریکنوا کدام است؟

$-36(1)$ $36(2)$ $-108(3)$ $108(4)$

غیریکنوا یعنی قدرنسبتش پهنری بایر باشه؟

۱۰۷

T در یک دنباله هندسی با قدر نسبت بزرگ تر از یک، جمله پنجم مربع جمله n ام است. اگر جمله

یازدهم این دنباله برابر ۱ باشد، مقدار n کدام است؟ $8(1)$ $9(2)$ $10(3)$ $11(4)$

۱۲ معادله رو بنویس و ساره‌ی ساره کن...

۱۰۹

T جملات دوم، ششم و هشتم یک دنباله حسابی، سه جمله متوالی یک دنباله هندسی‌اند. جمله چندم

دنباله حسابی برابر صفر است؟ $10(1)$ $11(2)$ $13(3)$ $14(4)$

۳ جمله رو بنویس، شرط هندسی شدن رو اعمال کن...

۱۱۱

T بین دو عدد ۱۸ و ۶۲ ده واسطه حسابی درج می‌کنیم تا یک دنباله حسابی با ۱۲ جمله حاصل

شود. مجموع سه جمله‌ی سوم این دنباله چند برابر مجموع سه جمله‌ی دوم آن است؟

$29(1)$ $29(2)$ $23(3)$ $29(4)$

واسه آخرین مرحله علش از واسطه حسابی استفاده کن...

۱۱۲



T در یک دنباله حسابی $a_m = m$ و $a_n = n$ می‌باشد. حاصل $a_{m+1} + a_{n+1}$ کدام است؟ ($m \neq n$)
 $m+n-1$ (۴) $m+n-2$ (۳✓) $m+n+2$ (۲) $m+n$ (۱)

اول بهین دنبال می‌باشد. بعد فرضیات رو باز کن...

۱۱۳

T مجموع سه جمله اول یک دنباله حسابی، چهار برابر مجموع سه جمله بعدی آن است. جمله چندم ای دنباله برابر صفر است؟
 (۱) پنجم (۲✓) ششم (۳) هفتم (۴) چهارم

تو رونر مل از مفهوم واسطه حسابی استفاده کن پانز.

۱۱۴

T اگر جمله سوم و پنجم یک دنباله حسابی به ترتیب از راست به چپ برابر ۳۳ و ۱۹ باشد، چند جمله این دنباله مثبت است؟
 ۱۳ (۴) ۷ (۳✓) ۹ (۲) ۸ (۱)

باید پیش به ازای چه جاهایی جمله عمومی مثبت است.

۱۱۵

T در یک دنباله حسابی با جملات مثبت، جمله دوم ۷ واحد بیشتر از جمله اول و جمله چهارم ۶۳ واحد بیشتر از جمله سوم است. قدر نسبت این دنباله کدام است؟
 ۴ (۴) ۲ (۳) ۹ (۲) ۳ (۱✓)

فرضیات رو بنویس و بعد بهم تقسیمشون کن و تمام تمام...

۱۱۶

T در دنباله حسابی $3x-4, 2x+1, 7, \dots$ واسطه‌های هندسی جملات دوم و بیستم کدام است؟
 21 (۴) 15 (۳✓) $5\sqrt{7}$ (۲) $5\sqrt{3}$ (۱)

شرط اینکه ۳ جمله متوالی تشکیل دنباله حسابی بدن بده.

۱۱۷

T دنباله هندسی $\frac{1}{5}, \frac{1}{125}, \dots, \left(\frac{1}{5}\right)^{k^2-1}$ چند جمله دارد؟ (k زوج است).
 $3k^2$ (۴) $3k$ (۳) $\frac{k^2}{3}$ (۲✓) $\frac{k}{3}$ (۱)

فرض کن اون جمله آخری که به لایه‌ها می‌رسه جمله ۱۱ام هستش...

۱۱۸

T جمله هشتم از دنباله حسابی $1, 3, \dots$ با جمله چندم یک دنباله حسابی هندسی با جمله عمومی $t_n = \frac{1}{3} \times 9^{n-1}$ برابر است؟
 (۱) سوم (۲) پنجم (۳) ششم (۴) هشتم

T در دنباله حسابی $2, a, b, 7, \dots$ چند جمله کمتر از ۱۰۰ وجود دارد؟
 ۳۵ (۴) ۳۴ (۳✓) ۳۱ (۲) ۳۰ (۱)

ببین به ازای چه جاهایی جمله عمومی کمتر از ۱۰۰ میشه...

۱۱۹

۱۲۰



T اگر $a_n = 4n$ و $b_n = 3n - 4$ دو دنباله حسابی باشند، جمله شانزدهم b_n با چندمین جمله a_n برابر است؟
۱۱ (۴) ✓ ۱۰ (۳) ۹ (۲) ۸ (۱)

پشیمانی؟ آخرین عاقل عاقل...

۱۲۱

T در یک دنباله حسابی $a_7 + a_8 + a_9 = 30$ اگر جمله اول نصف جمله چهارم باشد، حاصل $a_7 + a_8 + a_9$ کدام است؟
۳۶۵ (۴) ۲۴۵ (۳) ۲۸۵ (۲) ۳۰۲ (۱) ✓

با اوزن ۲ معادله جمله اول و قدرنسبت رو درست میاریم و درجه بقیض درجه هله ۱

۱۲۲

T اضلاع یک مثلث قائم الزامیه سه جمله متوالی یک دنباله حسابی اند. نسبت محیط این مثلث به طول کوچک ترین ضلع آن کدام است؟
۴ (۴) ✓ ۳ (۳) $\frac{5}{4}$ (۲) $\frac{7}{4}$ (۱)

کدام اینور موقع ها سه تا جمله متوالی رو چوری فرض میکنیم؟

۱۲۳

T در یک دنباله هندسی با جملات مثبت اگر $\frac{a_{n-1}}{a_{n+1}} = 9$ و $a_1 = 1$ مقدار a_4 کدام است؟
۳^{-۱۰} (۴) ۳^{۱۰} (۳) ۳^۹ (۲) ۳^{-۹} (۱) ✓

فرض داده شده رو باز کن...

۱۲۴

T جمعیت یک شهر در ابتدای سال ۹۰، ۱۰۰۰۰۰ نفر بوده است. اگر سالانه ۲۰ درصد جمعیت شهر کاهش یابد، در ابتدای سال ۹۵ جمعیت شهر به چند نفر خواهد رسید؟
۲۸ (۴) ۲۱۶ (۳) ۲۱۲ (۲) ۲۱۵ (۱) ✓

۱۲۵

T اگر به اعداد ۲- و ۴ و ۲۲ عدد k را اضافه کنیم، سه عدد حاصل یک دنباله هندسی تشکیل می‌دهند. k کدام است؟
۷ (۴) ۶ (۳) ۵ (۲) ✓ ۴ (۱)

۱۲۶



۱۲۷

فهرست 1 مجموعه، الگو و دنباله

2 مثلثات

3 توان های گویا و عبارت های جذبی

4 معادله ها و نامعادله ها

5 تابع

6 شمارش، بدون شمردن

7 آمار و احتمال

2 مثلثات

درس اول: نسبت های مثلثاتی

درس دوم: دایره مثلثاتی

درس سوم: روابط بین نسبت های مثلثاتی

مقدمات

در مثلث قائم الزامی α :

$$\sin \alpha = \frac{A}{C}, \tan \alpha = \frac{A}{B}, \cos \alpha = \frac{B}{C}, \cot \alpha = \frac{B}{A}$$

در مثلث قائم الزامی 45° :

$$\sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}, \tan 45^\circ = 1, \cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}, \cot 45^\circ = 1$$

در مثلث قائم الزامی 30° :

$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}, \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}, \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \cot 30^\circ = \sqrt{3}$$

در مثلث قائم الزامی 60° :

$$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \tan 60^\circ = \sqrt{3}, \cos 60^\circ = \frac{1}{2}, \cot 60^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

اگر دو زاویه متمم باشند، سینوس این کسینوس لونه و تانژانت این کتانژانت لونه!

EX مقدار عددی عبارت $3 \sin 30^\circ + 4\sqrt{2} \cos 45^\circ - \sqrt{3} \tan 60^\circ$ را به دست آورید.

با به جایگذاری سوسول طرفی...

5

EX یک موشک در ارتفاع ۱۵ متری از سطح زمین و با زاویه 30° پرتاب می شود. پس از طی ۱۰۰۰ متر با همین زاویه، موشک به چه ارتفاعی از سطح زمین می رسد؟

با به جایگذاری سوسول طرفی...

7

EX در مثلث قائم الزامی ABC ($\hat{B} = 90^\circ$)، $AB = 4$ و $AC = 5$ می باشند. مقدار $\tan A$ و $\cot A$ را به دست آورید.

سوال در هر یک مناطق ممنوع بنگارند!!

6

EX در مثلث قائم الزامی ABC ($\hat{A} = 90^\circ$)، طول وتر ۱۵ و $\sin B = \frac{3}{5}$ است. طول اضلاع قائمه را به دست آورید.

با به جایگذاری سوسول طرفی...

8



T در شکل مقابل، اندازه BC چقدر است؟

$\frac{2\sqrt{3}}{3}$ (۴) $1+\sqrt{3}$ (۳) $\sqrt{3}-1$ (۲) $1+\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۱)

میشه اندازه AC منوی شعاع...

۹

محاسبه مساحت مثلث

با داشتن دو ضلع و زاویه بین در هر مثلثی (نه فقط قائم‌الزاویه)، مساحتش قابل محاسبه است!

$S_{\Delta} = \frac{1}{2} ab \sin C$

$S_{\Delta} = \frac{1}{2} ac \sin B$

$S_{\Delta} = \frac{1}{2} bc \sin A$

EX (تمرین کتاب) فرض کنید $\sin 75^\circ = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ ، مساحت مثلث ABC در شکل زیر را به دست آورید.

۱۰

قضیه سینوس‌ها اگر هر سه رابطه‌ی مساوی بالا را در ۲ ضرب و بر abc تقسیم کنیم داریم:

$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$

T در شکل مقابل، میانه AM را رسم کرده‌ایم. مقدار $\frac{\sin \hat{C}}{\sin B}$ با کدام کسر برابر است؟

$\frac{\tan \beta}{\tan \alpha}$ (۴) $\frac{\tan \alpha}{\tan \beta}$ (۳) $\frac{\sin \beta}{\sin \alpha}$ (۲) $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$ (۱)

۱۱

EX در مثلث ABC، $AC=4$ ، $BC=6$ و $\hat{C}=75^\circ$ می‌باشند. با فرض $\sin 75^\circ = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ ، مساحت مثلث ABC را به دست آورید.

به شکل‌مون نشه؟

۱۲

EX (تمرین کتاب) مساحت شش ضلعی منتظم با طول ضلع ۳ سانتیمتر را به دست آورید.

۶ ضلعی میشه ۱۲ مثلث متساوی‌الاضلاع...

۱۳

T بر روی دو ضلع مجاور مربعی به ضلع ۲ واحد، مثلث‌های متساوی‌الاضلاع ساخته شده است. مساحت مثلث ABC، چند واحد مربع است؟

$\sqrt{3}-1$ (۱) 1 (۲) $\frac{1}{2}\sqrt{3}$ (۳) $\sqrt{3}$ (۴)

سینوس ۲ زاویه مکمل باهم برابرند...

۱۴

تست‌های درس اول

T در مثلث ABC ساده شده $b \cos \hat{C} + c \cos \hat{B}$ کدام است؟

$\cos \hat{A}$ (۴) $a \sin \hat{A}$ (۳) $a \cos \hat{A}$ (۲) a (۱)

استارت حل این سوال با رسم ارتفاع AH هستش...

۱۵

T در شکل مقابل اگر $\hat{B}=30^\circ$ و $\hat{C}=60^\circ$ ، اندازه AH کدام است؟

20 (۴) $10\sqrt{3}$ (۳) $20\sqrt{3}$ (۲) 10 (۱)

همه زاویه‌ها رو مشخص کن، بعد می‌تونی اون ۲۰ تو شکل به چه دردی می‌خوره!

۱۶



T در یک مثلث متساوی الساقین اندازه هر ساق آن ۴ و مساحت آن برابر ۴ می‌باشد. بزرگ‌ترین زاویه مثلث چه عددی است؟

۷۵° (۱) ✓ ۶۰° (۲) ۴۵° (۳) ۷۲° (۴)

مساحت و طول ضلع و زاویه بین تورو یاد می‌کنیم.

۱۷

T در شکل مقابل، اندازه AB چقدر است؟

۶ (۱) $3\sqrt{3}$ (۲) $4\sqrt{3}$ (۳) ۴ (۴) ✓

زاویه B رو پرست. یار و از طریق سینوسش بازی رو تموم کن...

۱۸

T در شکل مقابل، اندازه AB چقدر است؟

۴ (۱) ۸ (۲) ۱۲ (۳) ۹ (۴) ✓

از tan زاویه ۶۰ رو حساب کن.

۱۹

T آرش می‌خواهد ارتفاع ساختمانی را که طول سایه ی آن بر روی زمین ۱۰ متر است، حساب کند. قد آرش ۱/۵ متر و طول سایه ی او ۰/۵ متر است. ارتفاع ساختمان چند متر است؟

۲۵ (۱) ۲۰ (۲) ۱۵ (۳) ۳۰ (۴) ✓

به شکل خوب رسم کن و اسش...

۲۰

T در شکل مقابل، طول طناب MN برابر ۱۸ متر است. اگر ارتفاع A تا زمین ۹ متر باشد مقدار $\sin \alpha$ چه عددی است؟

$\frac{4}{5}$ (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{5}{6}$ (۳) $\frac{4}{9}$ (۴) ✓

سینوس آلفا واسه هر دو مثلث رو برابر قرار بده...

۲۱

T در شکل روبه رو، ضلع هر مربع ۱ می‌باشد. اندازه $\sin \alpha$ چه عددی است؟

$\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۱) ✓ $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{3}{5}$ (۴)

طول اضلاع مثلث رو حساب کن! چه مثله؟

۲۲

T در شکل مقابل، برج CH از دو نقطه A و B با زوایای ۶۰° و ۳۰° دیده می‌شود. فاصله ۲ فرد که در نقاط A و B قرار دارند تا یکدیگر ۳۰۰ متر می‌باشد. ارتفاع برج کدام است؟

$125\sqrt{3}$ (۱) $75\sqrt{3}$ (۲) ✓ $60\sqrt{3}$ (۳) $100\sqrt{3}$ (۴)

ارتفاع برج رو بگیر X. هر AH و BH رو بر حسب X پرست یار...

۲۳

T با توجه به شکل مقابل، طول BC کدام است؟

$\sin \alpha \cos \beta$ (۱) $\sin \beta \cos \alpha$ (۲) ✓ $\sin \alpha \sin \beta$ (۳) $\cos \alpha \cos \beta$ (۴)

اول AB رو پرست یار (پهلوی). بعد برو سراغ BC...

۲۴



T در شکل مقابل، BH کدام است؟

۱) $4 \sin \hat{C} \cos \hat{B}$ ۲) $2 \sin \hat{B} \tan \hat{C}$

۳) $\frac{4 \sin \hat{C} \cos \hat{B}}{\sin \hat{B}}$ ۴) $2 \sin \hat{C} \tan \hat{B}$

اول AH رو بر حسب سینوس C پرست یار...

۲۵

T اگر $A(\sqrt{2}, 1)$ ، مقدار $\sin \alpha$ چه عددی است؟

۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ۲) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ ۳) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ ۴) $\frac{\sqrt{2}}{5}$

ارتفاع AH رو رسم کن! بعد به مقصات A رقت کنی کار درمیارا

۲۶

T اگر برای زاویه حاده θ رابطه $\sin^2 \theta = \sin^2 30^\circ \cos 60^\circ + \cos^2 30^\circ \sin 60^\circ$ برقرار باشد، مقدار $\tan \theta$ کدام است؟

۱) $\frac{1}{3}$ ۲) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ۳) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ ۴) $\frac{1}{4}$

۲۷

T ضلع AB را به ۲ قسمت برابر و ضلع AC را به ۳ قسمت برابر تقسیم می‌کنیم. مساحت مثلث AMN چه کسری از مساحت مثلث ABC است؟

۱) $\frac{1}{9}$ ۲) $\frac{2}{9}$ ۳) $\frac{1}{3}$ ۴) $\frac{3}{4}$

فرمول مشابه مساحت یا دو ضلع و زاویه بین...

۲۸

T در یک مستطیل با مساحت $36\sqrt{3}$ زاویه بین قطر ۲ می باشد. اندازه قطر مستطیل چه عددی است؟

۱) ۹ ۲) ۶ ۳) ۱۸ ۴) ۱۲

۲۹

T در شکل مقابل، M وسط BC است. حاصل $\frac{\sin \hat{A}_1}{\sin \hat{A}_2}$ کدام است؟

۱) $\frac{\sqrt{6}}{2}$ ۲) $\frac{\sqrt{6}}{3}$ ۳) $\sqrt{2}$ ۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

از قتیبه سینوس ها استفاده کن

۳۰

T رأس های یک شش ضلعی منتظم روی محیط یک دایره مثلثاتی است. مساحت این شش ضلعی منتظم چه عددی است؟

۱) $3\sqrt{3}$ ۲) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ ۳) $4\sqrt{3}$ ۴) $6\sqrt{3}$

های چار دایره مثلثاتی شعاعش یک واحد می‌باشد...

۳۱

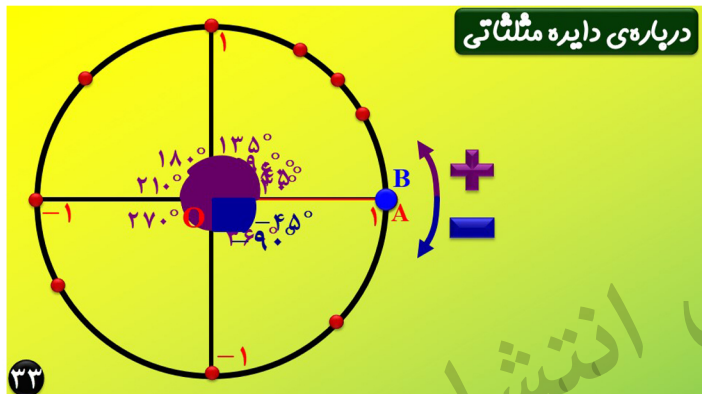
۲ مثلثات

درس اول: نسبت های مثلثاتی

درس دوم: دایره مثلثاتی

درس سوم: روابط بین نسبت های مثلثاتی

۳۲



EX (فعالیت کتاب) هر یک از زوایای 135° ، -30° و -270° را روی یک دایره نشان دهید.

به دایره ترکل هرکال رسم کن.

۳۵

T انتهای کمان روبه رو به کدام زاویه در ربع سوم قرار می گیرد؟

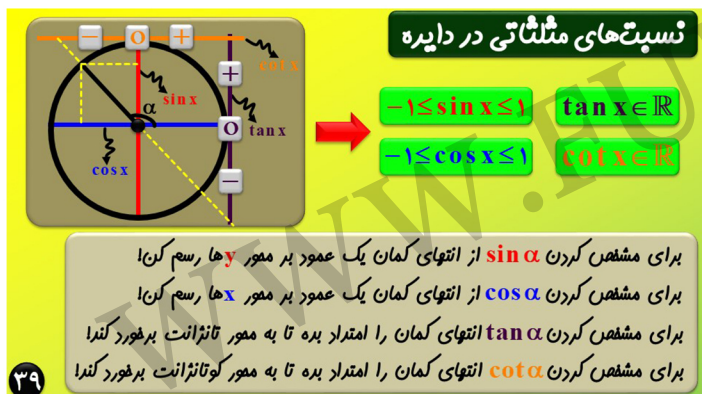
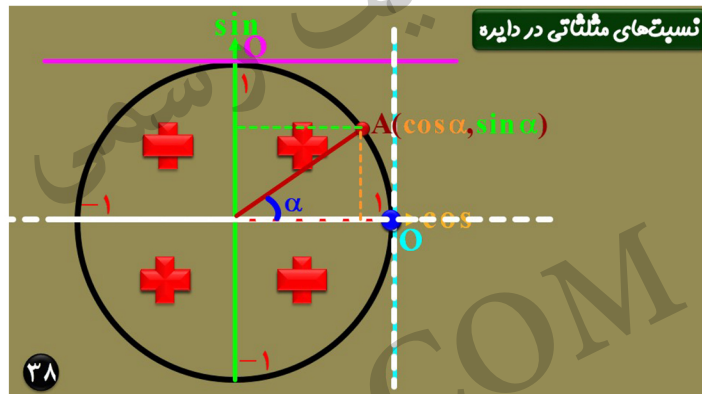
160° (۲)	-200° (۱)	-160° (۳) ✓	290° (۴)
-----------------	------------------	--------------------	-----------------

۳۶

EX مشخص کنید انتهای کمان مربوط به هر یک از زاویه های زیر در کدام یک از نواحی قرار می گیرد؟

-50° (۱)	189° (۲)	-110° (۳)	70° (۴)
-----------------	-----------------	------------------	----------------

۳۷



T ربع دایره شکل زیر را در نظر بگیرد. با حرکت نقطه A روی قوس ربع دایره به طرف نقطه N سینوس، کسینوس و تانژانت θ از راست به چپ چگونه تغییر می کنند؟

کاهش - افزایش - ثابت	افزایش - کاهش - ثابت	افزایش - کاهش - ثابت	افزایش - کاهش - ثابت
----------------------	----------------------	----------------------	----------------------

۴۰



**نسبت‌های مثلثاتی
زوایای معروف**

نسبت	کمان	$360^\circ / 0$ ($2\pi / 0$)	30° ($\frac{\pi}{6}$)	45° ($\frac{\pi}{4}$)	60° ($\frac{\pi}{3}$)	90° ($\frac{\pi}{2}$)	180° (π)	270° ($\frac{3\pi}{2}$)
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	0	1	0	-1
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	0	-1	0	-1	0
tan	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	ت ن	ت ن	ت ن	ت ن	ت ن
cot	ت ن	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	ت ن	ت ن	0

⚠️ سینوس کوسینوس رو واسه هر زاویه فقط کنا تانژانت و کوتانژانت رو از روشون حساب کن!

دیگه هیچوقت یادت نمیره!

تانژانت کوتانژانت 30° و 60° خیلی قاطی میشن! به راه سریع اینه که فقط **تانژانت** 30° و 60° رو مفق کنیو کوتانژانتو برست ازش بیاری... اما مفق کردن تانژانتا میرونییم تابع **تانژانت** تو ربع اول آکیدا صعودیه! پس مقدار کوچیکه واسه زاویه کوچیکترس!

$\cot 60^\circ = \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$ $\cot 30^\circ = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$

T مقدار $3\tan 135^\circ + 4\cos 120^\circ$ کدام می‌باشد؟
 ۱) ۵ ۲) ۱ ۳) -۵ ۴) -۱

برای دو زاویه مکمل فقط سینوسا برابریم. بقیه نسبت‌ها قرینه هستن! آره مایه!

T در مثلث قائم الزاویه ABC که $\hat{A} = 90^\circ$ ، حاصل $\frac{1}{1+\tan B} + \frac{1}{1+\tan C}$ کدام است؟
 ۱) ۱ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) $\frac{1}{4}$ ۴) $\frac{1}{6}$

زوایای B و C متمم هستن! بیاشون ۲ تا زاویه دلخواه جایگذاری کن...

T اندازه اضلاع مثلث ABC برابر $\sqrt{2}$ ، $\sqrt{3}$ ، $\sqrt{19}$ است. مقدار $\cos^2 \hat{A} + \cos^2 \hat{B} + \cos^2 \hat{C}$ چه عددی است؟
 ۱) $\frac{3}{4}$ ۲) $\frac{1}{4}$ ۳) $\frac{2}{3}$ ۴) $\frac{3}{4}$

پک کن بیهن قائم الزاویه هستش! آره اگر بزرگترین ضلعش میشه وترش...

T اگر $30^\circ < \alpha < 120^\circ$ و $\sin \alpha = \frac{1-2m}{4}$ ، حدود تغییرات m کدام است؟
 ۱) $(-\frac{1}{4}, \frac{1}{3})$ ۲) $(-\frac{1}{3}, \frac{1}{4})$ ۳) $(-\frac{1}{4}, \frac{1}{3})$ ۴) $(-\frac{1}{3}, \frac{1}{4})$

تمام این تپ سوالرو با رسم دایره حل کن! (از طرفین سینوس بگیر!) اول مرور سینوس رو برست بار، بعد مرور m...

T اگر $45^\circ \leq \alpha < 60^\circ$ و $\tan \alpha = \frac{2m-1}{4}$ ، کمترین مقدار m کدام است؟
 ۱) $\frac{3}{4}$ ۲) $\frac{1}{4}$ ۳) $\frac{2}{3}$ ۴) $\frac{1}{4}$

علامت نسبت‌ها در ربع‌های دایره

ربع اول	ربع دوم	ربع سوم	ربع چهارم
$\sin x > 0$ $\cos x > 0$ $\tan x > 0$	$\sin x > 0$ $\cos x < 0$ $\tan x < 0$	$\sin x < 0$ $\cos x < 0$ $\tan x > 0$	$\sin x < 0$ $\cos x > 0$ $\tan x < 0$

همه سینوس تانژانت کوسینوس

رمز: بار هسته اتم مثبت!

EX اگر $\sin \theta > 0$ و $\tan \theta > 0$ ، آن گاه θ در کدام ربع مثلثاتی قرار دارد؟

پروانه همیشه تامل می کند هر دو شرط رو لوکی کند!

۴۹

EX (تمرین کتاب) اگر $\sin \alpha \times \cos \alpha < 0$ ، آن گاه α در کدام یک از نواحی چهارگانه می تواند قرار بگیرد؟

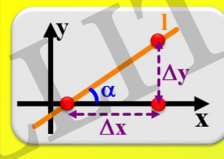
۵۰

EX اگر $\cos \alpha = -\frac{2}{5}$ و $\tan^2 \alpha \times \sin \alpha > 0$ ، انتهای α در کدام ربع دایره مثلثاتی می باشد؟

با استفاده از دو غرض داره شده تاملش در میار...

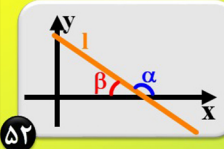
۵۱

تائزانت و شیب خط



$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \tan \alpha$

توجه اگر زاویه خط با جهت منفی محور ایکس ها را دارند، شیب خط می شود:



$m = \tan \alpha = -\tan \beta$

۵۲

T اگر خط D از دو نقطه $A(-1, 2)$ و $B(0, 1)$ عبور کند، این خط جهت مثبت محور xها را با زاویه ای قطع می کند؟

۱۲۰° (۴) ۶۰° (۳) ۴۵° (۲) ۱۳۵° (۱✓)

شیب همیشه تائزانت زاویه ای که...

۵۳

T خطی که با خط $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + 1$ زاویه 30° می سازد، با جهت مثبت محور xها چه زاویه ای می سازد؟

۱۵° (۴) ۴۵° (۳) ۳۰° (۲) ۶۰° (۱✓)

اول بین زاویه خط داره شده با جهت مثبت محور xها چنده؟

۵۴

یادآوری نوشتن معادله خط

با شیب خط و یک نقطه از خط:

$m, A(x_0, y_0) \rightarrow (y - y_0) = m(x - x_0)$

با دو نقطه از خط:

$A(x_0, y_0), B(x_1, y_1) \rightarrow m = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0} \rightarrow (y - y_0) = m(x - x_0)$

با شیب خط و عرض از میرا d:

$m, d \rightarrow y = mx + d$

۵۵

EX (تمرین کتاب) معادله خطی را بنویسید که زاویه آن با جهت مثبت محور xها 45° است و نقطه $(0, 2)$ روی آن قرار دارد.

کلا به سوالش خدای...

۵۶



EX (کار در کلاس با تغییر) معادله خطی را بنویسید که زاویه آن با جهت منفی محور X ها 15° است و از نقطه $(1,0)$ می‌گذرد.

مواست باشد زاویه با جهت منفی محور یکسان‌هارو داره...

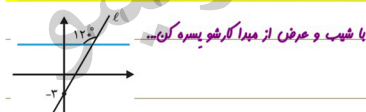
۵۷

T معادله خطی که از نقطه $(2,3)$ عبور کرده و با جهت منفی محور طول ها زاویه $\frac{2\pi}{3}$ رادیان

می‌سازد به کدام صورت است؟ (۱) $\sqrt{3}y = 2(x + \sqrt{3} - 2)$ (۲) $\sqrt{3}y = 2(x - \sqrt{3} + 2)$ (۳) $\sqrt{3}y = -2(x + \sqrt{3} - 2)$ (۴) $\sqrt{3}y = -2(x - \sqrt{3} + 2)$

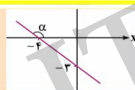
۵۸

EX (تمرین کتاب) با توجه به شکل زیر، معادله خط را به دست آورید.



۵۹

T در شکل مقابل مقدار $\tan \alpha$ کدام عدد است؟



$\frac{4}{5}$ (۴) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۲) $\frac{3}{5}$ (۱)

۶۰

تست‌های درس دوم For 100%

T حاصل عبارت $A = \frac{2 \tan 30^\circ}{1 - \cot^2 60^\circ} + 4 \cos^2 45^\circ \sin 30^\circ - \tan 60^\circ$ کدام است؟

$\sqrt{3}$ (۴) 1 (۳) $1 - \sqrt{3}$ (۲) $1 + \sqrt{3}$ (۱)

پایگذاری کن...

۶۱

T چه تعداد از عبارات زیر نادرست اند؟

الف) زاویه 270° در ربع سوم دایره ی مثلثاتی قرار دارد.

ب) $\cot \theta$ تعریف نشده است.

پ) $\tan 195^\circ$ دارای علامت منفی است.

ت) اگر $\sin \theta = \frac{3}{5}$ و $90^\circ < \theta < 180^\circ$ ، آن گاه $\tan \theta = \frac{3}{4}$ است.

4 (۴) 3 (۳) 2 (۲) 1 (۱)

۶۲

T کدام نامساوی زیر نادرست است؟

$\cos 100^\circ < \cos 40^\circ < \cos 20^\circ$ (۲) $\sin 20^\circ < \sin 40^\circ < \sin 100^\circ$ (۱)
 $\cos 100^\circ < \cos 70^\circ < \cos 40^\circ$ (۴) $\sin 40^\circ < \sin 90^\circ < \sin 100^\circ$ (۳)

دایره رسم کنی خیلی درکش راحت تر میشه...

۶۳

T چه تعداد از جملات زیر صحیح است؟

الف) در دایره ی مثلثاتی زوایای وجود دارد که تنازات و کتنازات آن ها مختلف المامت باشند.

ب) در هر دور از دایره ی مثلثاتی دو زاویه ی مثبت وجود دارد که کسینوس آنها برابر $\frac{1}{3}$ است.

ج) در دایره ی مثلثاتی هر چه زاویه بزرگ تر شود مقدار سینوس آن بزرگ تر می‌شود.

3 (۴) 2 (۳) 1 (۲) 0 (۱)

۶۴



T در کدام ناحیه مثلثاتی، با افزایش زاویه، مقدار سینوس آن زاویه، کم و مقدار کسینوس زیاد می‌شود؟
(۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم

جواب همیشه تانجه‌ی مشترک دو شرط بالا...

۶۵

T در چه قسمتی از دایره، نابرابری $\sin \alpha > \cos \alpha$ برقرار است؟
(۱) (۲) (۳) (۴)

رو خط $y=x$ مقدار سینوس و کوسینوس برابر

۶۶

T اگر $45^\circ < \theta < 60^\circ$ و $m = 1 - \sqrt{2} \cos \theta$ باشد، حدود m کدام است؟
(۱) $0 < m < \frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲) $\frac{1}{2} < m < \frac{\sqrt{2}}{2}$ (۳) $0 < m < 1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴) $1 - \frac{\sqrt{2}}{2} < m < 1$

دایره رسم کن و هر دو کوسینوس رو پیدا کن...

۶۷

T اگر $30^\circ < \alpha < 120^\circ$ و $\sin 2\alpha = 2 - 3m$ ، حداقل m چه عددی است؟
(۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $-\frac{1}{3}$ (۳) -1 (۴) 1

مواست باشد زاویه یار سینوس رو آلفا هشتش!

۶۸

T اگر نمایش معادله خط $ax - \sqrt{3}y + c = 0$ به صورت زیر باشد، حاصل $\frac{c}{a}$ کدام است؟
(۱) 1 (۲) $\sqrt{3}$ (۳) 3 (۴) $2\sqrt{3}$

با شیب و یه نقطه معادله خط رو بنویس...

۶۹

T اگر خط $(3m-2)y + mx = 3$ با جهت منتهی محور y زاویه 45° بسازد، m کدام است؟
(۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $-\frac{1}{3}$ (۳) 1 (۴) -1

۷۰

T زاویه بین دو خط $y = \sqrt{3}x + 1$ و $y = x + 1$ چند درجه است؟
(۱) 15° (۲) 30° (۳) 45° (۴) 60°

اول زاویه هر کدام با جهت مثبت محور مختصات بپار...

۷۱

T در شکل مقابل، عرض نقطه A چقدر است؟
(۱) $2\sqrt{3}a$ (۲) $2a$ (۳) $3a$ (۴) $\sqrt{3}a$

معادله خط هارو برسی یار و اونارو قطع بده (اما چوری؟)

۷۲



T کمترین مقدار عبارت $P = \frac{\sin x + 1}{2 \sin x + 3}$ کدام است؟

اول (۴) $-\frac{1}{4}$ دوم (۳) $\frac{1}{3}$ سوم (۲) $\frac{2}{5}$ چهارم (۱) 0 ✓

اول از به ۲ طرح فاکتور بگیر (هر ۱) بعد کسر رو تقطیک کن...

۷۳

T اگر $\frac{|\sin \alpha|}{\cos \alpha} = \frac{1}{\cot \alpha}$ و $\frac{1}{\sqrt{\cos^2 \alpha}} - \tan \alpha = \frac{1 + \sin \alpha}{|\cos \alpha|}$ باشد، انتهای کمان α در کدام ناحیه دایرهی مثلثاتی است؟ (نبری داخل هر ۱۴۰۳)

اول (۴) دوم (۳) سوم (۲) ✓ چهارم (۱)

۷۴

۲ مثلثات

درس اول \leftarrow نسبت‌های مثلثاتی

درس دوم \leftarrow دایره مثلثاتی

درس سوم \leftarrow روابط بین نسبت‌های مثلثاتی

۷۵

فرمولای مقدماتی مثلثات

۱ $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

EX) if $\sin \alpha = \frac{-1}{4} \rightarrow \cos \alpha = ?$ ($\frac{7\pi}{4} < \alpha < 4\pi$)

۲ $\tan \alpha = \frac{1}{\cot \alpha}$ ۳ $\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1$

فرمولای ۴ $1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$

نقره‌ای ۵ $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$

۷۶

EX (تمرین کتاب) سایر نسبت‌های مثلثاتی را به دست آورید اگر $\cos \alpha = \frac{3}{4}$ (در ربع چهارم)

پشیمانی

۷۷

EX (تمرین کتاب) اگر $\tan 24^\circ = \sqrt{3}$ ، آنگاه سایر نسبت‌های مثلثاتی زاویه 24° را به دست آورید.

پس ۲۴ درجه کوسین و تانگنس علامت نسبت‌ها مشخص شه (۱)

۷۸

T اگر P انتهای کمان روبه رو به زاویه α در ربع اول باشد و $\cot \alpha = \frac{2}{5}$ ، مختصات نقطه P کدام است؟

(۴) $(\frac{5}{\sqrt{29}}, \frac{2}{\sqrt{29}})$ ✓ (۳) $(\frac{2}{\sqrt{29}}, \frac{5}{\sqrt{29}})$ (۲) $(\frac{1}{\sqrt{29}}, \frac{2}{\sqrt{29}})$ (۱) $(\frac{2}{\sqrt{29}}, \frac{1}{\sqrt{29}})$

طول مختصات نقطه انتهای کمان، کوسینوس و عرض سینوس هستند!

۷۹

T اگر نقطه P روی دایرهی مثلثاتی و در ربع دوم باشد و θ زاویه‌ای باشد که OP با جهت مثبت محور می‌سازند، آنگاه $A = \sin \theta + \tan^2 \theta$ کدام است؟ (O مبدأ مختصات است.)

(۴) $\frac{5}{6}$ ✓ (۳) $\frac{-2\sqrt{3}+1}{3}$ (۲) $\frac{-2\sqrt{3}+2}{6}$ (۱) $\frac{1}{6}$

عرض (اون نقطه لامعصب میشه سینوس)

۸۰



T اگر $y = 4 \cot \alpha$ و $\frac{y}{x} = \sin \alpha$ مقدار $4x^2$ کدام است؟
 $\frac{16}{y^2} (1)$ $y^2 + 16 (2)$ $\frac{y^2}{16} + 1 (3)$ $16y^2 + 1 (4)$

پل ارتباطی سینوس و کتانژانت: فرمول تقدیریه!

۸۱

EX (مثال کتاب درسی) درستی اتحاد مثلثاتی $(1 - \sin \theta)(1 + \tan \theta) = \cos \theta$ را بررسی کنید.

تو این مدل سوالا باید از سمت به سمت درجه بررسی! (واضه که الان باید از سمت چپ استارت کنی)

۸۳

EX (امتحانات سال گذشته) با فرض با معنی بودن هر کسره، درستی تساوی‌های زیر را بررسی کنید.
 (الف) $\tan x + \cot x = \frac{1}{\sin x \cos x}$ (ب) $\frac{\cos x}{1 + \sin x} = \frac{1 - \sin x}{\cos x}$

۸۵

EX اتحادهای زیر را ثابت کنید.
 ۱) $\tan^2 x - \sin^2 x = \tan^2 x \cdot \sin^2 x$
 ۲) $(\sin \alpha + \cos \alpha + 1)(\sin \alpha + \cos \alpha - 1) = 2 \sin \alpha \cos \alpha$

مورد ۲ اتحاد مزدوج است...

۸۷

T مقدار $\frac{\tan^2 15^\circ}{1 + \tan^2 15^\circ} + \frac{\cot^2 15^\circ}{1 + \cot^2 15^\circ}$ چه عددی است؟
 $\frac{2}{3} (4)$ $\frac{1}{3} (3)$ $1 (2)$ $\frac{1}{3} (1)$

بازی از اینجا شروع میشه که کتانژانت همیشه عکس تانژانت!

۸۲

EX (کار در کلاس) درستی هر یک از تساوی‌های زیر را مشخص کنید.
 (الف) $\sin^4 \theta - \cos^4 \theta = \sin^2 \theta - \cos^2 \theta$ (ب) $\frac{1}{\cos \alpha} + \cot \alpha = \frac{\tan \alpha + \cos \alpha}{\sin \alpha}$

۸۴

EX درستی اتحاد مثلثاتی $2 = (\sin \alpha + \cos \alpha)^2 + (\sin \alpha - \cos \alpha)^2$ را بررسی کنید.

از اتحاد اول استفاده کن و طرف چپ رو به توان ۲ برسون...

۸۶

EX با چه شرطی برای α تساوی $\sqrt{1 + \tan^2 x} - \sqrt{1 + \cot^2 x} = \frac{1}{\sin x} + \frac{1}{\cos x}$ یک اتحاد است؟

۸۸



T هرگاه $\frac{1+\sin x}{1-\sin x} + \frac{\sin x - 1}{1+\sin x} = \frac{k \tan x}{\cos x}$ برقرار باشد، k کدام است؟

۴ (۴) ✓ ۳ (۳) ۲ (۲) ۱ (۱)

از سمت چپ، با مخرج مشترک گرفتن، کارو استارت کن...

۸۹

تست های درس سوم **For 100%**

T اگر θ زاویه ای حاده و $\cos \theta = \frac{3}{5}$ باشد، حاصل $\tan \theta + \frac{1}{\cos \theta}$ کدام است؟

۴ (۴) ۳ (۳) ✓ $\frac{5}{3}$ (۲) $\frac{4}{3}$ (۱)

از سمت چپ، شروع کن! اول اتحاد مزدوج، بعد استفاده از فرمول تقه های ۱.

۹۱

T حاصل عبارت $A = \sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha + (\sqrt{2} \sin \alpha \cos \alpha)^2$ همواره کدام است؟

$1 + \tan^2 \alpha$ (۴) ۱ (۳) ✓ ۰ (۲) -۱ (۱)

په پوری به فهمیم به عبارت ۳ جمله ای اتحاد اوله!

۹۳

T حاصل عبارت $\frac{\sin^2 \theta}{1+\cos \theta} + \sin \theta \cos \theta$ کدام است؟ $(\cos \theta \neq -1)$

$\frac{\cos \theta}{1+\cos \theta}$ (۴) $\frac{\sin \theta}{1+\cos \theta}$ (۳) $\cos \theta$ (۲) $\sin \theta$ (۱) ✓

از اون سینوس ۳، به سینوس ۲، چرا کن و بر حسب کوسینوس بنویس...

۹۵

T اگر $1 - \cot^2 x = \frac{A}{\sin^2 x} + \frac{B \cos^2 x}{\sin^4 x}$ یک اتحاد باشد، $B - A$ کدام است؟

-۳ (۴) ۳ (۳) ۲ (۲) -۲ (۱) ✓

از سمت چپ، شروع کن! اول اتحاد مزدوج، بعد استفاده از فرمول تقه های ۱.

۹۰

T حاصل $\tan^2 \theta - \tan^2 \theta \cdot \sin^2 \theta$ همواره برابر کدام است؟ (عبارت تعریف شده است.)

$-\cos^2 \theta$ (۴) $-\sin^2 \theta$ (۳) $\cos^2 \theta$ (۲) $\sin^2 \theta$ (۱) ✓

با به ایبره ساره استارت بزن! مثلا فاکتورگیری، غایب ۱.

۹۲

T حاصل عبارت A کدام است؟ $(\cos \theta \neq 0)$ $A = (1 + \sin \theta) \left(\frac{1}{\cos \theta} + \tan \theta \right) (1 - \sin \theta)^2$

$\cos^3 \theta$ (۴) ✓ $\frac{1 + \sin^2 \theta}{\cos \theta}$ (۳) $\cos^2 \theta$ (۲) $\tan \theta \sin \theta$ (۱)

تائزانت رو کسری بنویس و بعد مخرج مشترک بگیر...

۹۴

T حاصل عبارت $A = \frac{\sin x + \cos x}{\sin x - \cos x} + \frac{2 \cos^2 x - 1}{\cos^2 x (1 - \tan^2 x)}$ کدام است؟ (همه عبارات تعریف شده اند.)

$\frac{2 \cot x}{1 - \cot x}$ (۴) $\frac{2 \cos x}{\sin x + \cos x}$ (۳) $\frac{2 \tan x}{\tan x - 1}$ (۲) ✓ $\frac{2 \sin x}{\sin x + \cos x}$ (۱)

تو مخرج کسر دومی کوسینوس ۲ رو ضرب کن، بعد صورت و مخرجو مثل هم کن...

۹۶



T اگر $\sin x + \cos x = \frac{1}{4}$ باشد، حاصل $|\sin x - \cos x|$ کدام است؟
 $\frac{\sqrt{3}}{4}$ (۴) ✓ $\frac{3}{16}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ (۱)

توان دومی دارد و خواسته مسئله بوم پیدا میکند!

T حاصل عبارت $\frac{1+\cos \theta}{\sin^3 \theta} - \frac{1}{\sin \theta (1-\cos \theta)}$ کدام است؟ (عبارت تعریف شده است).
 $\cos \theta$ (۴) $\sin \theta$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۲) 0 (۱) ✓

صورت و مخرج کسر دوم رو باید تو یه ضرب کنیم! اما چی؟

۹۷

۹۸

T حاصل $A = \cos^2 1^\circ + \cos^2 2^\circ + \cos^2 3^\circ + \dots + \cos^2 89^\circ$ کدام است؟
 45 (۴) $44/5$ (۳) ✓ 44 (۲) 89 (۱)

دو به دو واسه زانویه ها از قانون داین و اورت استفاده کن!

T حاصل $\frac{\sqrt{3}}{6} - \frac{2\sqrt{3}}{3} + 2\sqrt{3} - 1$ کدام است؟
 $\frac{\sqrt{3}}{6}$ (۴) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ (۳) $2\sqrt{3}$ (۲) 1 (۱) ✓

تو کسر دوم بهای کو تانژانت بزار یک روی تانژانت!

۹۹

۱۰۰

T اگر $A = \frac{1}{1+\tan 1^\circ} + \frac{1}{1+\tan 2^\circ} + \dots + \frac{1}{1+\tan 89^\circ}$ ساده شده A کدام است؟
 89 (۴) 45 (۳) $44/5$ (۲) ✓ 46 (۱)

اولا قانون داین و اورت! ثانیا اطلاعات سوال قبلی!

T مقدار $A = 1 - \frac{\cos^2 15^\circ}{1+\sin 15^\circ}$ کدام است؟
 $\cos 15^\circ$ (۴) $\sin 15^\circ$ (۳) ✓ $-\sin 15^\circ$ (۲) $-\cos 15^\circ$ (۱)

همه چی از به مخرج مشترک گرفتن شروع میشه!

۱۰۱

۱۰۲

T ساده شده $\frac{(\sin \alpha + \cos \alpha + 1)(\sin \alpha + \cos \alpha - 1)}{\sin \alpha \cos \alpha}$ برابر کدام عدد است؟
 0 (۴) 1 (۳) 2 (۲) ✓ $\frac{1}{4}$ (۱)

صورت اتمار مزدومه رقتا!

T ساده شده $\frac{3 \tan^2 x + 5}{3 \sin^2 x + 5 \cos^2 x}$ برابر کدام گزینه است؟
 $1 + \tan^2 x$ (۴) ✓ $1 - \tan^2 x$ (۳) $1 + \cot^2 x$ (۲) $1 - \cot^2 x$ (۱)

چیکار کنیم مخرجم تانژانتی شه؟ صورت و مخرج رو تو یه ضرب کنیم!

۱۰۳

۱۰۴



T مقدار $\frac{1}{\tan^2 \alpha} + \frac{1}{\sin^2 \beta}$ برابر کدام گزینه است؟

$\frac{1}{\cos^2 \alpha} + \frac{1}{\tan^2 \beta}$ (۴)
 $\frac{1}{\cos^2 \alpha} + \frac{1}{\cot^2 \beta}$ (۳)
 $\frac{1}{\cot^2 \alpha} + \frac{1}{\cos^2 \beta}$ (۲)
 $\frac{1}{\sin^2 \alpha} + \frac{1}{\tan^2 \beta}$ (۱) ✓

فرمول تفرهای خیلی به کار میاد اینها ۱ کو تانژانت هم که عکس تانژانتها

۱۰۵

T مقدار $\tan^2 20^\circ + \frac{\cos^2 20^\circ}{1 + \sin 20^\circ}$ برابر است با:

$\frac{1}{1 + \cos 20^\circ}$ (۴)
 $\frac{1}{1 + \sin 20^\circ}$ (۳)
 $\frac{1}{\sin 20^\circ}$ (۲)
 $\frac{1}{\cos 20^\circ}$ (۱) ✓

تانژانت رو کسری بنویس و خارج مشترک بگیر...

۱۰۶



۱۰۷



فهرست 1 مجموعه، الگو و دنباله

2 مثلثات

3 توان های گویا و عبارت های جبری

4 معادله ها و نامعادله ها

5 تابع

6 شمارش، بدون شمردن

7 آمار و احتمال

3 توان های گویا و عبارت های جبری

درس اول: توان و ریشه

درس دوم: ریشه های نام

درس سوم: توان های گویا

درس چهارم: عبارت های جبری

ریشه های نام A

ریشه سوم ۲۷: $\sqrt[3]{27} = 3 \Rightarrow (3) \times (3) \times (3) = 27$

ریشه سوم -۲۷: $\sqrt[3]{-27} = -3 \Rightarrow (-3) \times (-3) \times (-3) = -27$

ریشه پنجم -۳۲: $\sqrt[5]{-32} = -2$

ریشه سوم -۳۴۳: $\sqrt[3]{-343} = -7$

هر عددی دقیقاً یک ریشه ی فرد دارد!

ریشه دوم ۲۵: $(5) \times (5) = 25 \Rightarrow \sqrt{25} = 5$

ریشه دوم -۲۵: $(-5) \times (-5) = 25 \Rightarrow -\sqrt{25} = -5$

خواست باشه $\sqrt{-25}$ غلطه! چرا؟! $x^2 = 25 \Rightarrow |x| = 5$

زوج (هر چیزی) $\geq 0 \Rightarrow x^2 = -16$ ریشه دوم -۱۶

هر عددی یا ۲ تا ریشه ی (قرینه) زوج دارد یا هیچی!

EX ریشه پنجم اعداد ۰/۰۰۰۳۲ و $\frac{1}{100000}$ را حساب کنید.

اینارو به صورت توانی بنویس!

EX حاصل هر عبارت را به دست آورید.

$\sqrt[3]{-512}$ $\sqrt[3]{-1}$ $\sqrt[3]{\frac{-1}{128}}$ $\sqrt[3]{64}$

EX تمرین کتاب: جاهای خالی را پر کنید.

الف) اعداد ۳ و ریشه های چهارم عدد می باشند.

ب) اگر $a = \sqrt[3]{16}$ باشد، در این صورت حاصل عبارت $a^3 + 5$ برابر (است) با

T اگر ریشه دوم عدد α برابر ۲- و ریشه سوم عدد β برابر ۳- باشد، مقدار $\alpha^2 + \beta^3$ کدام است؟

۸۹(۱) $793(2\checkmark)$ $-37(3)$ $-19(4)$

ریشه ها با به توان برسه ۲ بشه زوج عدد!

محاسبه مقدار تقریبی ریشه ها

بعضی از ریشه ها مقدارشان دقیق است، مانند $\sqrt[3]{27}$ اما گاهی از ما می خواهند مقدار تقریبی حساب کنیم مانند $\sqrt[3]{2}$
در این حالت 2^0 را بین ۲ توان ۳ متوالی قرار می دهیم: $8 < 2^0 < 27$ ← $\sqrt[3]{8} < \sqrt[3]{2^0} < \sqrt[3]{27}$
از آتجایی که 2^0 به ۲۷ نزدیک تر است، پس $\sqrt[3]{2}$ از $\sqrt[3]{8}$ بیشتر است. مثلا عدد $2/7$ را درس میزنیم.

EX مقدار تقریبی عدد $\sqrt[3]{42}$ را به دست آورید.

۹

EX (کار در کلاس) مقدار تقریبی ریشه ها را برای هر قسمت مقایسه کنید.
(الف) $\sqrt[3]{-16}$ (ب) $\sqrt{89}$

۱۰

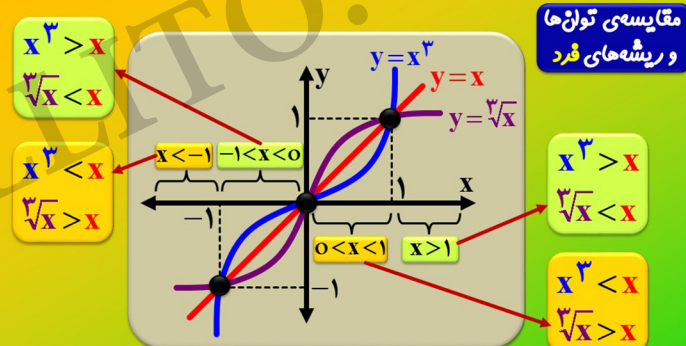
(تمرین کتاب) مقدار تقریبی هر کدام از اعداد را در کمالی زیر را با یک رقم اعشار مشخص کنید.

(الف) $\sqrt[3]{10}$ (ب) $\sqrt[3]{7/25}$

(ب) $\sqrt[3]{16}$ (ت) $\sqrt[3]{64}$

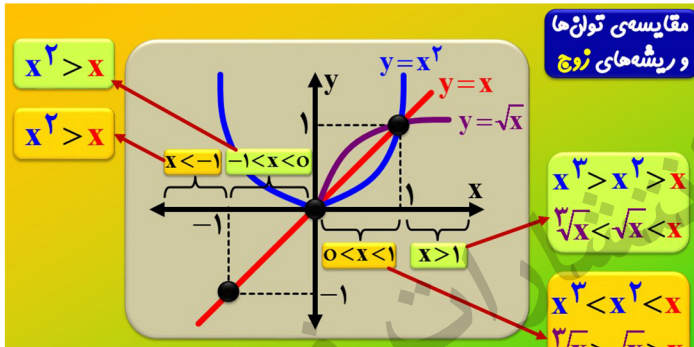
۱۱

مقایسه توانها و ریشه های فرد



۱۲

مقایسه توانها و ریشه های زوج



۱۳

۱۴

if $x > 1 \rightarrow \sqrt{x} \bigcirc \sqrt[5]{x}$ $x^2 \bigcirc x^5$

if $0 < x < 1 \rightarrow \sqrt[5]{x} \bigcirc \sqrt{x}$ $x^2 \bigcirc \sqrt[3]{x^9}$

if $-1 < x < 0 \rightarrow \sqrt{x} \bigcirc \sqrt[5]{x}$ $x^5 \bigcirc x^2$

if $x < -1 \rightarrow \sqrt[5]{x} \bigcirc \sqrt{x}$ $x^5 \bigcirc x^3$

(تمرین کتاب) در جاهای خالی یکی از علامت های $<$ ، $>$ ، $=$ یا \neq را قرار دهید.

$\sqrt[3]{0.0000100/1}$ $(-2)^5 \bigcirc (-2)^4$ $(-0/1)^5 \bigcirc (-0/1)^3$

$(0/5)^2 \bigcirc (0/5)^3$ $\sqrt{0/5} \bigcirc \sqrt[3]{0/5}$ $\sqrt{4} \bigcirc \sqrt[3]{4}$

$0 < a < 1 \Rightarrow \sqrt{a} \bigcirc \sqrt[3]{a}$ $a^2 \bigcirc a^3$

$a > 1 \Rightarrow \sqrt{a} \bigcirc \sqrt[3]{a}$ $a^2 \bigcirc a^3$

۱۵

T اگر $0 < a < 1$ - آنگاه اختلاف کوچک ترین و بزرگ ترین عدد از بین اعداد a ، a^2 ، $\frac{1}{a}$ و $\frac{1}{a^2}$ کدام است؟
 $\frac{1}{a^2} - a^2$ (۲✓) $\frac{1}{a} - a^3$ $\frac{1}{a^2} - a$ (۱) $\frac{1}{a} - a^2$ (۴)

عدد هم می توانی مثال بزنی...

۱۶



T اگر $\sqrt[3]{-\alpha} > \alpha^2$ برقرار باشد، α کدام است؟

$\alpha = 1/1$ (۴) $\alpha = 0/1$ (۳) $\alpha = -1/1$ (۲) $\alpha = -0/1$ (۱) ✓

مواست هست که آلفا باید منفی باشه؟

۱۷

T در شکل زیر نقاط روی محور بالا به نقاط متناظر با ریشه یا توان n آن‌ها روی محور پایین وصل شده است. در این صورت α و β به ترتیب کدام است؟

$-\sqrt{\alpha}$ و $\sqrt[3]{\beta}$ (۴) $-a^2$ و b^3 (۳) $-\sqrt{\alpha}$ و b^3 (۲) ✓ $-a^2$ و $\sqrt[3]{\beta}$ (۱)

۱۹

T ریشه سوم ۶۴ چند برابر ریشه دوم ۳۲ است؟

$\pm \sqrt[3]{2}$ فقط (۴) ✓ $\pm \sqrt{2}$ فقط (۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ فقط (۲) $\sqrt{2}$ فقط (۱)

۲۱

T اگر $0 < a < 1$ ، حاصل عبارت $A = |a - \sqrt{a}| - |a - \sqrt[3]{a}| + |\sqrt{a} - \sqrt[3]{a}|$ کدام است؟

0 (۴) ✓ $2\sqrt{a}$ (۳) $2\sqrt[3]{a}$ (۲) $2a$ (۱)

تقریباً حالت مثبت شمره رو هرچ میانه...

۲۳

EX در هر یک از شکل‌های زیر، نقطه‌ای از محور بالا به ریشه‌های سوم، چهارم و پنجم خود وصل شده است، آن‌ها را مشخص کنید. (کتاب درسی)

ب ا ب ا

۱۸

تست‌های درس اول **For 100%**

T اگر $K+1 < \sqrt[3]{-53} < K$ باشد، K کدام است؟

-5 (۴) -2 (۳) -3 (۲) -4 (۱) ✓

اول هر دو طرف معادله را به توان ۳ برسانیم. رو تو به منفی ضرب کن...

۲۰

T اگر m و n دو عدد صحیح متوالی باشند که در رابطه $m < \sqrt[3]{25} < n$ صدق می‌کنند، $m^2 - n^2$ کدام است؟

-7 (۴) -5 (۳) ✓ -4 (۲) -3 (۱)

۲۵ رو بنده از ۱ تا ۱۲۳ توان چهارم معلوم...

۲۲

T با توجه به محور زیر، کدام گزینه نمی‌تواند صحیح باشد؟

$C = -3\sqrt{2}$ (۲) $A = -\sqrt[3]{8}$ (۱) $D = -\sqrt{15}$ (۴) $E = -\sqrt[3]{27}$ (۳) ✓

۲۴



T اگر $x < 0$ ، آنگاه حاصل $\sqrt[3]{\frac{1}{4x^2}}$ همواره کدام است؟
 ۱) ۱ $\frac{1}{x}$ (۳) $-\frac{1}{3x}$ (۴)

از زیر رادیکال غریبه زوج، با قدرمطلق خارج کن...

۲۵

T چه تعداد اعداد صحیح در هر دو نامساوی زیر صدق می‌کنند؟
 I) $2 < \sqrt{x} < 3$ II) $3 \leq \sqrt{x} \leq 5$
 ۱) ۱۶ $17(2\checkmark)$ $18(3)$ $19(4)$

تعداد همیشه آخری منهای اولی به علاوه یک...

۲۶

T با فرض $P = \frac{2+2^2+2^3+\dots+2^8}{2^{-2}+2^{-3}+2^{-4}+\dots+2^{-9}}$ ، حاصل $\sqrt[3]{P}$ کدام است؟
 ۱) $\sqrt[3]{2}$ $2(3\checkmark)$ $4(4)$ $\sqrt[3]{4}(2)$

صورت یا فاکتورگیری، مخرج با مخرج مشترک...

۲۷

T اگر $\frac{8}{1000} = \left(\frac{3}{1-x}\right)^3$ مقدار $\sqrt[3]{-2x}$ چه عددی است؟
 ۱) ۲ $-2(2\checkmark)$ $-0.2(3)$ $0.2(4)$

۲۸

T در کدام شکل زیر، هر نقطه روی محور بالا، به درستی به نقطه متناظر با ریشه سوم آن عدد، روی محور پایین وصل شده است؟
 ۱) $(2\checkmark)$ (4) (3)

۲۹

T عدد $\sqrt[3]{288}$ بین کدام دو عدد صحیح متوالی است؟
 ۱) صفر و ۱ $2(2\checkmark)$ $3(3)$ $4(4)$

۲۸ بین توان هشت گزوم رو عدد متوالیه ۱...

۳۰

۳ توان‌های گویا و عبارت‌های جبری
 درس اول: توان و ریشه
 درس دوم: ریشه‌های نام
 درس سوم: توان‌های گویا
 درس چهارم: عبارت‌های جبری

۳۱

قوانین توان و رادیکال
 ۱) if $\sqrt[k]{\Delta} \Rightarrow \Delta \geq 0$ ۲) $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(\frac{b}{a}\right)^{-n} \Rightarrow \left(\frac{1}{a}\right)^n = a^{-n}$
 ۳) $a^n \times a^m = a^{n+m} \Rightarrow \frac{a^n}{a^m} = a^n \cdot a^{-m} = a^{(n-m)} \Rightarrow \frac{a^n}{a^n} = a^0 = 1$
 ۴) $a^n \times b^n = (ab)^n \Rightarrow \frac{a^n}{b^n} = a^n \cdot \left(\frac{1}{b}\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^n$
 (! اینجا پدانتی ضرب! $(2^2)^3 = 2^6 \neq 2^{2^3} = 2^8$)

۳۲



۵ $\sqrt[n]{\Delta^m} = (\Delta)^{\frac{m}{n}}$ **نزدیکات تاج** **۶** $\sqrt[n]{m} \sqrt[k]{A} = \sqrt[nk]{mA}$ **سر ۱۰**

۷ $\sqrt[n]{A} \times \sqrt[n]{B} = A^{\frac{1}{n}} \cdot B^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{AB}$ $\rightarrow \frac{\sqrt[n]{A}}{\sqrt[n]{B}} = A^{\frac{1}{n}} \cdot (\frac{1}{B})^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{\frac{A}{B}}$

(تمرین کتاب) اعداد زیر را به صورت تواندار بنویس...

$\sqrt{5}$
 $\sqrt[3]{64}$
 $\sqrt{81}$

۳۳

EX عبارت $\frac{4}{12} \times \frac{2}{63}$ را به صورت یک عبارت رادیکالی بنویسید.

۳۴

EX عدد $\sqrt[3]{-2\sqrt{2}\sqrt[3]{3}}$ را به صورت یک عبارت با یک رادیکال بنویسید.

۳۵

EX (امتحانات سال گذشته) حاصل عبارات زیر را به صورت توان کویا بنویسید.

$\sqrt[3]{2\sqrt{3}\sqrt[3]{2}}$ $48(\sqrt[3]{2\sqrt{3}})$

۳۶

EX (امتحانات سال گذشته) اگر $\frac{1}{23} = \frac{2^x + 2^y}{2^x - 2^y}$ و $2^{2x-2y} = 8$ باشد، حاصل $x+y$ را به دست آورید.

دومعادله دومجهول میشه که بازی...

۳۷

T حاصل $P = \sqrt{48} - 3\sqrt{27} + \sqrt{12}$ چند برابر $\sqrt{3}$ است؟

$-3(4\checkmark)$ $-4(3)$ $-2(2)$ $-6(1)$

راکال حارو تا جایی که رله میره ساره کنه...

۳۸

T اگر $A^3 = 16\sqrt{2}$ باشد، جواب معادله $4^x = A^2$ کدام است؟

$\frac{4}{3}(4)$ $\frac{2}{3}(3)$ $\frac{2}{3}(2)$ $\frac{2}{3}(1\checkmark)$

۳۹

T حاصل $\sqrt[3]{\frac{4}{3}} - 2\sqrt[3]{\frac{2}{3}} + \sqrt[3]{\frac{1}{3}}$ چند برابر کدام است؟

$\frac{2}{3}(4)$ $\frac{2}{3}(3)$ $\sqrt{2}(2)$ $1(1\checkmark)$

زیر قرعه ۳ رو به توان ۲ برسون تا فرجهش ۱ بشه...

۴۰



تست‌های درس سوم **For 100%**

T حاصل عبارت $A = \frac{\sqrt[3]{\frac{64}{5}}}{\sqrt[3]{\frac{5}{2}}} \times (-\frac{1}{5})^{-2}$ کدام است؟

$\frac{133}{-2 \ 15} (4)$
 $\frac{133}{2 \ 15} (3)$
 $\frac{133}{-2 \ 45} (2)$
 $\frac{133}{2 \ 45} (1) \checkmark$

همه‌ی درجه‌هارو به صورت توانی از ۲ بنویس...

۴۱

T حاصل عبارت $\sqrt[3]{x^n} \cdot \sqrt{x^n}$ همواره کدام است؟ (عبارت تعریف شده است.)

$\sqrt[3]{x^{2n}} (4)$
 $\sqrt{x^n} (3) \checkmark$
 $\sqrt[3]{x^n} (2)$
 $\sqrt{x} (1)$

دایمی‌ترین رادیکال رو به فرم توانی بنویس...

۴۳

T حاصل عبارت $\frac{9}{4}(\sqrt{2}+1)^4 \times \frac{9}{4}(3-2\sqrt{2})^2$ کدام است؟

$\frac{9}{4} (4)$
 $\sqrt{2} (3)$
 $1 (2) \checkmark$
 $2 (1)$

اون توان ۴ رو به توان ۲ شو حساب کن تا با رادیکال بدی هم توان بشی...

۴۵

T واسطه هندسی $\sqrt[3]{\frac{8}{3}}$ و $\sqrt[3]{\frac{27}{4}}$ کدام عدد می‌باشد؟

$\frac{1}{28} (4)$
 $\frac{1}{24} (3)$
 $\frac{1}{16} (2) \checkmark$
 $\frac{1}{232} (1)$

واسطه هندسی میشه رادیکال شریفون...

۴۷

T حاصل عبارت زیر به ازای $n=4$ کدام است؟

$\sqrt[4]{8} (1)$
 $4\sqrt{2} (3)$
 $2 (2)$
 $4\sqrt[4]{2} (4) \checkmark$

قسمت رادیکالیش ۴ تا رادیکال مبار بالا سر ۲ به توان ۴...

۴۲

T اگر x عددی مثبت باشد، مقدار x در معادله‌ی $\sqrt[3]{x} \cdot \sqrt{x^2} = 13\sqrt{6}$ کدام است؟

$13\sqrt[3]{6} (4) \checkmark$
 $13\sqrt[3]{6} (3)$
 $13\sqrt[3]{2} (2)$
 $13\sqrt[3]{3} (1)$

سمت چپ رو به صورت توانی از ۳ بنویس. سمت راست رو به صورت توانی از ۲...

۴۴

T اگر $1 = \sqrt[3]{3} - \sqrt{2} \cdot \frac{4}{5} + \sqrt{n}$ ، n کدام است؟

$12 (4)$
 $18 (3)$
 $24 (2) \checkmark$
 $6 (1)$

زیر رادیکال اولی رو به توان ۲ برسون تا فرجهش ۴ شه...

۴۶

T عبارت $\sqrt[3]{\frac{27}{6}} \times \sqrt[3]{\frac{54}{4}} \times \sqrt[3]{\frac{4}{3}}$ در چه عددی ضرب کنیم تا حاصل، عددی صحیح شود؟

$\sqrt[3]{3} (4)$
 $\sqrt[3]{2} (3)$
 $\sqrt[3]{4} (2) \checkmark$
 $\sqrt[3]{9} (1)$

همه عدد رو به صورت توانی از ۲ و ۳ بنویس...

۴۸



T اگر $\alpha = \sqrt{2} + \sqrt{3}$ و $\beta = \sqrt{2} - \sqrt{3}$ مقدار $(\alpha + \beta)^2 - (\alpha - \beta)^2$ کدام است؟

۱(۱) ۲(۲) ۳(۳) ۴(۴✓)

با ۵۲ اتحاد مربع کامل کار درمیان...

۴۹

T اگر $\sqrt[3]{\frac{11}{3}} = \sqrt[3]{\frac{a}{b}}$ عدد n کدام است؟

۲(۱✓) ۳(۲) ۴(۳) ۶(۴)

۵۰

T کدام یک از گزینه‌های زیر ریشه‌ی دوم عدد $11 - 4\sqrt{7}$ است؟

۱(۴✓) $2 - \sqrt{7}$ ۲(۳) $\sqrt{7} - 4$ ۳(۲) $1 - \sqrt{7}$ ۴(۱) $4 - 2\sqrt{7}$

مثبت معکوس را در کاشو حساب کن (مربع کامل بزن)

۵۱

T اگر $\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{7 + 2\sqrt{12}}$ مقدار $|a - b|$ کدام است؟

۱(۱✓) $\frac{1}{3}$ ۲(۲) $\frac{2}{3}$ ۳(۳) $\frac{1}{3}$ ۴(۴) $\frac{1}{3}$

اون قسمتی که خط کشیده مربع کامل ببرن هستش!

۵۲

T حاصل $\sqrt{2}\sqrt{3} - \sqrt{3}\sqrt{2}$ برابر است با:

۱(۳) $\sqrt{3}$ ۲(۲) $\sqrt{3}$ ۳(۱) $\sqrt{3} - 1$ ۴(۴✓) $\sqrt{3} - 1$

رایج کال دومیه رو به فرم توانی بنویس...

۵۳

T حاصل عبارت $\sqrt{2}\sqrt{3} - (\sqrt{2} - \sqrt{3} + \sqrt{2} + \sqrt{3})$ کدام است؟

۱(۱) $\sqrt{3}$ ۲(۲) $1 + \sqrt{3}$ ۳(۳) $1 + \sqrt{3}$ ۴(۴✓) $2\sqrt{3}$

لایه‌ی سوال قبلی...

۵۴

3 توان‌های گویا و عبارت‌های جبری

درس اول: توان و ریشه

درس دوم: ریشه‌ی نام

درس سوم: توان‌های گویا

درس چهارم: عبارت‌های جبری

۵۵

اتحادها

۱ مربع دو جمله‌ای $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$

EX $(x - 2y)^2 =$

EX $x^2 - 6x + 9 =$

EX $9x^2 + 24x + 16 =$

EX $(a + b + c)^2 =$

مربع سه جمله‌ای

۵۶



۲ مزدوج $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$

EX $x^4 - 4y^6 =$ EX $(2-\sqrt{3})(\sqrt{3}+2) =$

۳ مکعب دو جمله‌ای $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$

EX $(3a-2b)^3 =$

EX $-27x^3 - 36x + 54x^2 + 8 =$

۵۷

۴ هائی و لاغری $a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$

EX $x^6 - 343 =$ EX $(1+\sqrt[3]{x})(1+\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[3]{x}) =$

۵ یک جمله مشترک $x^2 + (a+b)x + ab = (x+a)(x+b)$

EX $x^2 + 15x - 250 =$

EX $9x^2 - 6x - 8 =$

۵۸

۱ اتحادهای کمکی $x^2 + y^2 = (x+y)^2 - 2xy = S^2 - 2P$

مجموع متضادات

EX $x^2 + \frac{1}{x^2} =$

۲ $x^3 + y^3 = (x+y)^3 - 3xy(x+y) = S^3 - 3PS$

مجموع و تفاضل مکعبات

EX $x^3 - y^3 =$

EX $(x+y)^2 + (x-y)^2 =$ EX $(x+y)^2 - (x-y)^2 =$

۵۹

EX اگر $x+y=6$ و $xy=4$ باشد، حاصل $\sqrt{x^3+y^3}$ را به دست آورید.

این سه منهای ۳ است.

۶۰

T اگر $x + \frac{1}{x} = 3$ ، حاصل $x^3 + \frac{1}{x^3}$ کدام است؟

۲۷ (۴) ۱۸ (۳✓) ۲۴ (۲) ۹ (۱)

عبارت جابجایی این فرم P همیشه یک...

۶۱

مزدوج‌های دومینویی ضرب یک عبارت در مزدوج اولین پرانتز شرح یک دومینوه.

EX if $x = \sqrt[3]{27} \Rightarrow \frac{(x^3+8)(x^6+64)}{(x^{12}-4096)} = ?$

۶۲

T حاصل عبارت $P = (x+1)(x^2+1)(x^4+1)(x^8+1)$ به ازای $x=2$ چقدر است؟

۲۱۶-۱ (۴✓) ۲۱۶+۱ (۳) ۲۶۴-۱ (۲) ۲۶۴+۱ (۱)

آتش و بن‌داز تو آتبار پنه...

۶۳

تجزیه هور کردن به عبارت به ضرب هندتا عامل کوچکتر!

اتحادها $x^2 + x = x \times (x+1)$

فاکتورگیری

EX $x^8 - 16y^4 =$

EX $x^4y^3 + 2x^3y^4 + x^2y^5 = x^2y^3(x^2+2xy+y^2) = x^2y^3(x+y)^2$

EX $x^2 - 16x + 48 =$ EX $x^3 + 8 =$

EX $x^6y - x^2y^5 = x^2y(x^4-y^4) = x^2y(x^2-y^2)(x^2+y^2) = ..$

۶۴



EX $16x^7 - 54x =$

EX $x^3 + 7x^2 - 4x - 28 = (x^3 - 4x) + (7x^2 - 28)$

$= x(x^2 - 4) + 7(x^2 - 4) = (x^2 - 4)(x + 7) = (x - 2)(x + 2)(x + 7)$

EX $x^4 - 3x^3 - 8x + 24 = (x^4 - 8x) + (-3x^3 + 24) =$

$= x(x^3 - 8) - 3(x^3 - 8) = (x^3 - 8)(x - 3) = (x - 2)(x^2 + 2x + 4)(x - 3)$

۶۵

EX آنکار در کلاس عبارت $x^6 - 1$ را تا جایی که ممکن است تجزیه کنید.

با اتمار مزدوج بازی رو شروع کن...

۶۶

EX (تمرین کتاب) هر یک از عبارت‌های زیر را تا هر ممکن تجزیه کنید.

$x^6 - y^6$

$x^6 - y^6$

$8a^2 + 27$

$a^2b^6 - 8$

۶۷

T یکی از عوامل تجزیه عبارت $P = x^4 + x^2 + 1$ کدام است؟

$x^2 - x + 1$ (۴ ✓)

$x^2 - x - 1$ (۳)

$x^2 + x - 1$ (۲)

$x^2 + 2x - 1$ (۱)

سعی کن تهریش کنی به اتمار اولایی باید اضافه و کم کنی!

۶۸

عبارت گویا

به عبارت‌های کسری ای می‌گویند که صورت و مخرج آن یک چند جمله‌ای است. مثلاً $\frac{x^2-1}{x}$ و $\frac{\sqrt{x}-1}{2x}$ و ۳ و ... اما خیرا چون صورتش چند جمله‌ای نیست.

توجه: یک عبارت گویا به ازای مقداری از متغیر که مخرج را صفر می‌کنند (ریشه‌های مخرج) تعریف نمی‌شود.

EX (فعالیت کتاب) عبارت گویای زیر به ازای چه مقداری از X تعریف نمی‌شود؟

$\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x^2+4}$

۶۹

EX (فعالیت کتاب) حاصل کسره‌های زیر را پرست آورید و ساده کنید.

$\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x^2-1}$

$\frac{1}{\sqrt{x}-1} + \frac{2}{\sqrt{x}+1} + \frac{3}{x-1}$

۷۰

$\frac{x^3-1}{(x-1)^2}$

$\frac{x^6+1}{x^4+2x^2+1}$

۷۱

EX (تمرین کتاب) حاصل عبارت روبرو را به دست آورید.

$\frac{1}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{x-1}$

۷۲



کویا کردن کسر یعنی مخرج را از حالت کنگ و رادیکالی خارج کنیم دو حالت کلی دارد

۱ رادیکال های فرجه ۲

EX $\frac{-3}{\sqrt{2}} = \frac{-3 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{-3\sqrt{2}}{2}$

EX $\frac{-4}{\sqrt{5}-\sqrt{7}} = \frac{-4 \times (\sqrt{5}+\sqrt{7})}{(\sqrt{5}-\sqrt{7}) \times (\sqrt{5}+\sqrt{7})} = \frac{-4 \times (\sqrt{5}+\sqrt{7})}{(5-7)} = 2(\sqrt{5}+\sqrt{7})$

نکته $\frac{1}{\sqrt{a+1} \pm \sqrt{a}} = \sqrt{a+1} \mp \sqrt{a}$ → EX $\frac{1}{2\sqrt{2}-\sqrt{7}} = 2\sqrt{2}+\sqrt{7}$

EX $\frac{1}{\sqrt{x}-\sqrt{x+1}} = -(\sqrt{x}+\sqrt{x+1})$ EX $\frac{1}{\sqrt{x^2+1}+\sqrt{x^2}} = \sqrt{x^2+1}-\sqrt{x^2}$ ۷۳

EX (فعالیت کتاب) مخرج کسرهایی زیر را کویا کنید.

$\frac{h}{\sqrt{x+h}-\sqrt{x}}$ $\frac{a}{3\sqrt{2}+4}$

۷۴

T کدام گزینه برابر با کسر $A = \frac{1}{\sqrt{54}+\sqrt{2}50}$ است؟

$\frac{\sqrt{2}}{4}$ (۴) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ (۲) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ (۱) ✓

۷۵

T حاصل عبارت $\frac{3\sqrt{5}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}(\sqrt{5}-\sqrt{2})}$ کدام است؟

$\sqrt{3}$ (۴) 1 (۳) $\sqrt{5}+\sqrt{2}$ (۲) $\sqrt{5}+\sqrt{2}$ (۱) ✓

۷۶

۲ رادیکال های فرجه ۳

EX $\frac{3}{\sqrt[3]{4}} = \frac{3 \times \sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{4} \times \sqrt[3]{2}} = \frac{3\sqrt[3]{2}}{2}$ EX $\frac{4}{\sqrt[3]{25}} = \frac{4 \times \sqrt[3]{5}}{\sqrt[3]{25} \times \sqrt[3]{5}} = \frac{4\sqrt[3]{5}}{5}$

EX $\frac{5}{\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{3}} = \frac{5 \times (\sqrt[3]{4}-\sqrt[3]{6}+\sqrt[3]{9})}{(\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{3}) \times (\sqrt[3]{4}-\sqrt[3]{6}+\sqrt[3]{9})} = \frac{5(\sqrt[3]{4}-\sqrt[3]{6}+\sqrt[3]{9})}{(2+3)} = \dots$

EX $\frac{1}{(\sqrt[3]{x}+1)(\sqrt[3]{x}-1)} =$

۷۷

EX (تمرین کتاب) مخرج کسرهایی زیر را کویا کنید.

$\frac{1}{(\sqrt{x^2+1})}$ $\frac{1}{\sqrt[3]{x}-2}$ $\frac{6}{2\sqrt[3]{2}-1}$

۷۸

تست های درس چهارم For 100%

T اگر تساوی $\frac{1}{x^2+1} = \frac{ax+b}{x^2-x+1} + \frac{c}{x+1}$ با شرط $x \neq -1$ یک اتحاد باشد $a-b+2c$ کدام است؟

$\frac{2}{3}$ (۴) $-\frac{2}{3}$ (۳) $-\frac{1}{3}$ (۲) ✓ $\frac{1}{3}$ (۱)

۷۹

T اگر $18 = x^2 + \frac{1}{x^2}$ باشد، مقدار $x^3 - \frac{1}{x^3}$ کدام است؟

± 76 (۲) ✓ ± 52 (۱) ± 46 (۳) ± 72 (۴)

۸۰



T مجموع مربع عددی با چهار برابر مربع عدد دیگر مساوی ۴ برابر حاصل ضرب آن دو عدد است. نسبت عدد اولی به دومی کدام است؟
 ۴(۴) ۳(۳) ۲(۲✓) ۱(۱)

هرچیز فارسی گفته رو ریاضیاتی بنویس اگر رهمیار...

۸۱

T حاصل عبارت $A = \frac{2x^2+3x+1}{x^2-1} \times \frac{x^2-1}{6x^2+4x+1}$ کدام است؟ (عبارت تعریف شده است).
 $\frac{x+1}{2}(۴)$ $\frac{x^2-x+1}{2x-1}(۳)$ $\frac{x^2}{x+1}(۲)$ $\frac{x^2+x+1}{2x+1}(۱✓)$

از ۲ هجرت فاکتور بگیر. میشه به جمله مشترک...

۸۲

T گویا شده ی کسر $A = \frac{6}{\sqrt{5}4-2\sqrt{4}7}$ کدام است؟
 $\frac{\sqrt{4}+2\sqrt{4}+6}{3}(۴✓)$ $\frac{\sqrt{4}+2\sqrt{4}+2}{6}(۳)$ $\frac{\sqrt{4}+2}{3}(۲)$ $\frac{\sqrt{4}+2}{6}(۱)$

پشمکه خداییش...

۸۳

T اگر $\sqrt{x-2} + \sqrt{x+6} = 6$ حاصل $\sqrt{x+6} - \sqrt{x-2}$ کدام است؟
 ۳(۴) ۲(۳) $\frac{4}{3}(۲✓)$ $\frac{2}{6}(۱)$

ضرب اوتا میشه اتحاد مزدوج...

۸۴

T حاصل عبارت $\frac{x(x+1)(x+2)(x+3)}{x - \frac{\sqrt{5}-3}{2}}$ به ازای $x = \frac{\sqrt{5}-3}{2}$ کدام است؟
 -۲(۴) ۲(۳) -۱(۲✓) ۱(۱)

اینور موقع ها جفت جفت باهم بگیر

۸۵

T با فرض $\frac{1}{x-2} = \frac{1}{x-2} + \frac{1}{(x-2)^2}$ حاصل $\frac{1}{(x-2)^2} + \frac{1}{(x-2)^2}$ کدام است؟
 ۱۲(۴) ۱۴(۳✓) ۱۶(۲) ۱۸(۱)

به ۲ یار اونور که x منهای ۲ رو بسازی. بعد به توان ۲ برسون...

۸۶

T اگر $a+b=2$ و $a^2+b^2=6$ ، مقدار مثبت a^3-b^3 کدام است؟
 $1-\sqrt{2}(۴✓)$ $8\sqrt{2}(۳)$ $6\sqrt{2}(۲)$ $4\sqrt{2}(۱)$

بدون خواسته بی نیاز دارم پرو دنبالش بحث بچه خوب د

۸۷

T گویا شده کسر $\frac{\sqrt{4}+1}{1+\sqrt{4}+\sqrt{4}}$ برابر کدام است؟
 $\frac{2\sqrt{4}-1}{\sqrt{4}+1}(۲)$ $\frac{2\sqrt{4}+1}{\sqrt{4}-1}(۱)$ $\frac{2\sqrt{4}-1}{\sqrt{4}-1}(۳✓)$ $\frac{2\sqrt{4}+1}{\sqrt{4}+1}(۴)$

صورت و مخرج رو در لاغیر مخرج ضرب کن...

۸۸



$x+2(4)$ $x-2(3)$ $x(2\checkmark)$ $-x(1)$ ؟ کدام است $(2+\frac{(x+2)^2}{x-2}) \div (1+\frac{8}{x-2})$ حاصل **T**

مهرج مشترک بکسر و بازاری رو شرح کن...

۸۹



۹۰



فهرست 1 مجموعه، الگو و دنباله

2 مثلثات

3 توان های گویا و عبارت های جبری

4 معادله ها و نامعادله ها

5 تابع

6 شمارش، بدون شمردن

7 آمار و احتمال

4 معادله درجه ۲ و روش های حلش

درس اول

معادله ها و نامعادله ها

درس دوم

سه می

درس سوم

تعیین علامت

معادله درجه ۲ و روش های حلش $ax^2+bx+c=0$

1 تجزیه

مثال $-3x^2+12x+63=0 \rightarrow -3(x^2-4x-21)=-3(x-7)(x+3)=0$

مثال $x^2+12x-45=0 \Rightarrow x=? \rightarrow (x+15)(x-3)=0 \Rightarrow \begin{cases} x=3 \\ x=-15 \end{cases}$

مثال $3t^2=t$

EX معادله $x^2-4x+3=0$ را به روش تجزیه حل کرده و جواب های خود را آزمایش کنید.

آزمایش کن یعنی نشون بده جوابه. توش صدق میکنه.

2 حل معادله درجه ۲ به کمک ریشه گیری

می دانیم اگر $a > 0$ $ax^2+bx+c=0$ آنگاه $\Delta = b^2-4ac$ یا $\Delta = -\sqrt{a}$ یا $\Delta = \sqrt{a}$ این خاصیت برای حل این معادلات بهره می بریم.

$(x-2)^2=16 \Rightarrow \begin{cases} x-2=4 \Rightarrow x=6 \\ x-2=-4 \Rightarrow x=-2 \end{cases}$ (کلاس در کلاس)

3 روش مربع کامل

انبار اول

مثال $x^2-4x+1=0 \rightarrow (x^2-4x+4)-3+1=0 \rightarrow (x-2)^2-3=0 \rightarrow (x-2)^2=3 \rightarrow \begin{cases} x-2=\sqrt{3} \\ x-2=-\sqrt{3} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x=2+\sqrt{3} \\ x=2-\sqrt{3} \end{cases}$

مثال $-2x^2+x+1=0 \rightarrow -2(x^2-\frac{x}{2}+\frac{1}{4})+\frac{1}{2}+1=0 \rightarrow -2(x-\frac{1}{4})^2+\frac{9}{8}=0 \rightarrow -2(x-\frac{1}{4})^2=-\frac{9}{8} \rightarrow (x-\frac{1}{4})^2=\frac{9}{16} \rightarrow x-\frac{1}{4}=\frac{3}{4} \text{ or } x-\frac{1}{4}=-\frac{3}{4} \rightarrow x=1 \text{ or } x=-\frac{1}{2}$

EX معادله $2x^2+5x+3=0$ را به روش مربع کامل حل کنید.

اول از ۲ فاکتور بگیر...

4 روش فرمول کلی یا Δ

$ax^2+bx+c=0 \rightarrow \Delta=b^2-4ac$ & $x=\frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

$x_1=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ & $x_2=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ دو ریشه $\Delta > 0$

$x=\frac{-b}{2a}$ یک ریشه مضاعف $\Delta = 0$

$\alpha(x+\beta)^2=0$ فاقد ریشه $\Delta < 0$

تعداد ریشه ها



EX معادله $4x^2 - 7x + 1 = 0$ را با فرمول کلی حل کنید.

دلتا رو بقل کن...

۹

EX (تمرین کتاب) هر یک از معادله‌های زیر را به روش دلتاوه حل کنید.

$$2x^2 = 250$$

$$9 - 6z + z^2 = 0$$

$$4a^2 + 3a = 1$$

$$b^2 + \sqrt{2}b - 4 = 0$$

۱۰

EX (مثال کتاب) از یک رشته سیم به طول ۵۰ متر، می‌خواهیم یک مستطیل به مساحت ۱۴۴ متر مربع بسازیم. طول و عرض این مستطیل را مشخص کنید.

هملات فارسی رو به ریاضی بنویس...

۱۱

EX (تمرین کتاب) مجموع مربعات دو عدد فرد متوالی ۲۹۰ است. این دو عدد را پیدا کنید.

۱۲

EX (تمرین کتاب) طول یک مستطیل ۳cm بیشتر از ۳ برابر عرض آن است. اگر مساحت این مستطیل 24cm^2 باشد، ابعاد این مستطیل را مشخص کنید.

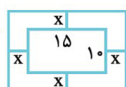
طول در عرض همیشه مساحت، بهای طول بر حسب عرضش بزرگ...

۱۳

EX (تمرین کتاب) اختلاف سنی دو برادر با یکدیگر چهار سال است. اگر چهار سال دیگر حاصل ضرب سن آن‌ها ۶۰ شود، سن هر کدام چقدر است؟

۱۴

EX (تمرین کتاب) یک عکس به اندازه ۱۰ در ۱۵ سانتی‌متر درون یک قاب با مساحت 30cm^2 قرار دارد. اگر فاصله همه لبه‌های عکس تا قاب برابر باشد، ابعاد این قاب عکس را پیدا کنید.



۱۵

نکته خفن تستی معادله درجه ۲

دو دیوانه

۱) $ax^2 + bx + c = 0$ & $a + b + c = 0 \rightarrow x = 1$ & $x = \frac{c}{a}$

مثال $-12x^2 + 7x + 5 = 0$, $x = ? \rightarrow (-12) + 7 + 5 = 0 \rightarrow x = 1$ & $x = -\frac{5}{12}$

۲) $ax^2 + bx + c = 0$ & $b = a + c \rightarrow x = -1$ & $x = -\frac{c}{a}$

مثال $-12x^2 - 7x + 5 = 0 \rightarrow -7 = (-12) + 5 \rightarrow x = -1$ & $x = \frac{5}{12}$

۱۶



T اگر $x=1$ یک جواب معادله $(x-a)(x-3)=2$ باشد، جواب دیگر معادله کدام است؟

- ۱) -1 ۲) 2 ۳) 3 ۴) 4 ✓

جواب معادله در فردن صدق می‌کند...

۱۷

T به ازای کدام مقدار m $2-\sqrt{3}$ یکی از ریشه‌های معادله $x^2-4x+m=0$ است؟

- ۱) 1 ✓ ۲) 2 ۳) -1 ۴) -2

جواب معادله در فردن صدق می‌کند...

۱۸

T اگر $x=-2$ تنها ریشه معادله $b-x(x+a)=0$ باشد، حاصل $a+b$ کدام است؟

- ۱) -8 ۲) -2 ۳) 4 ۴) 0 ✓

یعنی ریشه مضاعف هست...

۱۹

تست‌های درس اول For 100%

T مجموع جواب‌های معادله $(x+2)^2=(3x-1)^2$ کدام است؟

- ۱) $\frac{1}{4}$ ۲) $\frac{3}{5}$ ۳) $\frac{5}{4}$ ✓ ۴) $\frac{7}{4}$

حل با روش ریشه‌گیری...

۲۰

T در حل معادله $2x^2+3x-5=0$ به روش مربع کامل به تساوی $(x+a)^2=k$ می‌رسیم.

- مقدار $a+k$ کدام است؟ $\frac{61}{16}$ (۱) ✓ $\frac{52}{16}$ (۲) $\frac{49}{16}$ (۳) $\frac{73}{16}$ (۴)

۲۱

T اگر معادله درجه دوم $(2m+1)x^2+(m+2)x+1=0$ ریشه مضاعف داشته باشد، این ریشه

- کدام می‌تواند باشد؟ $-\frac{1}{3}$ (۱) ✓ $\frac{1}{3}$ (۲) $-\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴)

وقتی می‌که کدوم می‌تونه باشه یعنی بیش از یک جواب دارم...

۲۲

T در مربع زیر، اگر مساحت قسمت هاشوخورده ۲۰ باشد، x کدام است؟

- ۱) 2 ✓ ۲) 5 ۳) 3 ۴) 4



۲۳

T به ازای چه مقادیر طبیعی از k ریشه‌های معادله درجه دوم $kx^2+(2k-1)x+k-2=0$

- اعدادی گویا هستند؟ $\{2, 4, 6, 8, \dots\}$ (۱) $\{3, 6, 9, 12, \dots\}$ (۲) ✓ $\{2, 6, 12, 20, \dots\}$ (۳) $\{6, 12, 18, 24, \dots\}$ (۴)

دفا باید مربع کامل بشه...

۲۴



T فاصله هر طرف قالی از کنار دیوار یک اتاق مستطیل شکل، ثابت است. اگر مساحت اتاق ۲۴، محیط اتاق ۲۰ و محیط قالی ۱۲ باشد، مساحت قالی کدام است؟ \checkmark (۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴) ۱۲

شکل خوب کارو درمهاره...

۲۵

T فشار خون نرمال یک شخص از رابطه $P = 0.006S^2 - 0.02S + 120$ به دست می آید که در آن P فشار خون برحسب میلی متر جیوه و S سن شخص می باشد. اگر فشار خون علی ۱۳۴ میلیمتر جیوه باشد، سن علی چقدر است؟ \checkmark (۱) ۲۵ (۲) ۵۰ (۳) ۳۵ (۴) ۴۵

۲۷

T یکی از ریشه های معادله $x^2 + mx + n = 0$ برابر $\sqrt{7} - 4\sqrt{3}$ است. با فرض صحیح بودن m و n، حاصل mn کدام است؟ \checkmark (۱) ۱ (۲) -۴ (۳) -۳ (۴) ۵

مرجع کامل بربرون رو شاهر هستیم...

۲۹

T به ازای کدام مقادیر m معادله ی درجه ی دوم $3x^2 + mx - 3 = 0$ دو جواب حقیقی و متمایز دارد؟ \checkmark (۱) هر مقدار m (۲) هیچ مقدار m (۳) فقط $m = \pm 6$ (۴) $m > 6$

رئایش پلیر مثبت باشد...

۲۶

T اگر a و b اعداد گویا باشند و $\frac{2-\sqrt{5}}{2}$ یکی از ریشه های $2x^2 + ax + b = 0$ باشد، مقدار a.b کدام است؟ \checkmark (۱) -۲ (۲) ۲ (۳) -۱ (۴) ۱

۲۸

4

درس اول ← معادله درجه ۲ و روش های حلش

درس دوم ← سهمی

درس سوم ← تعیین علامت

معادله ها و نامعادله ها

۳۰

همه چیز درباره ی تابع درجه ۲ ← $y = ax^2 + bx + c$

ساده ترین فرم سهمی $y = x^2$

X	۰	± 1	± 2
Y	۰	۱	۴

۳۱

سهمی $y = ax^2 + bx + c$ و محور x با علامت Δ و a

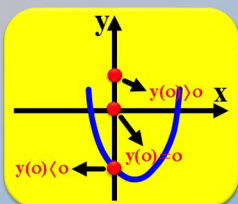
$\Delta > 0$: $y = a(x-x_1)(x-x_2)$

$\Delta = 0$: $y = a(x-x_1)^2$

$\Delta < 0$: تجزیه ناپذیر

۳۲

دو نقطه فوق مهم در سهمی



۱ عرض اثر میدا

- محل برخورد سهمی با محور y ها!
- کافی به جای x قرار بدهی صفر (همون c در فرم گسترده $y = ax^2 + bx + c$)

$$y = -2x^2 + 5x + 6 \rightarrow y(0) = -2(0)^2 + 5(0) + 6 = 6$$

$$y = 2(x-1)^2 - 5x - 3 \rightarrow y(0) = 2(0-1)^2 - 5(0) - 3 = -1$$

EX (امتحانات سال گذشته) نمودار سهمی محور y را به عرض 3 و محور x را در نقاط به طول -1 و 3 قطع کرده است.

معادله این سهمی را بنویسید و نمودار آن را رسم کنید.

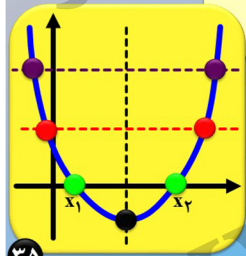
ساختار معادله سهمی وقتی ریشه‌ها مشخصه، خیلی مهمه...

۳۳

۲ راس سهمی $y = ax^2 + bx + c$

نقطه‌ی روی قله (یا قعر) $(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a})$ یا قعر $(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a})$ سهمی است.

طول آن $(x = -\frac{b}{2a})$ و عرض آن $(y = \frac{4ac-b^2}{4a})$ است.



طول راس، میانگین طول هردو نقطه هم عرض!

$$\begin{aligned} x_{\text{راس}} &= \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{-\frac{b-\sqrt{\Delta}}{2a} + -\frac{b+\sqrt{\Delta}}{2a}}{2} = \frac{-2b}{2a} = -\frac{b}{a} \\ S &= x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \end{aligned}$$

EX معادله یک سهمی را بنویسید که راس آن نقطه $(-3, 4)$ باشد و از نقطه $(-2, 5)$ بگذرد.

مقتضات کامل نقطه راس، کلید 2 در هشتاد!

۳۴

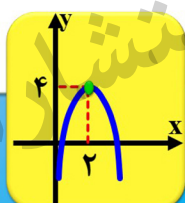
مثال

$$y = -2x^2 + 8x - 4 \rightarrow y = -2(x^2 - 4x + \text{red}) - 4$$

$$\text{red} = (-2)^2 \rightarrow y = -2(x^2 - 4x + 4 - 4) - 4$$

$$y = -2[(x-2)^2 - 4] - 4 \rightarrow y = -2(x-2)^2 + 4$$

$$y = -2(x-2)^2 + 4$$



توجه در فرم مربع کامل شده سهمی $(y = a[(x-\alpha)^2] + \beta)$ طول راسش همان ریشه داخل پراکنتر $(x = \alpha)$ و عرض راسش همان عدد ثابت ته ضابطه‌اش $(y = \beta)$ است!

مثال $y = -3(2x-4)^2 - 1 \rightarrow S(\frac{2}{3}, -1)$

مثال $y = 4x^2 - 3(x+x^2) - 1 \rightarrow y = x^2 - 3x - 1 \rightarrow S(\frac{3}{2}, -\frac{13}{4}) = (1.5, -3.25)$

مثال $y = 2(x-1)^2 - 1 + 4x \rightarrow y = 2(x^2 - 2x + 1) - 1 + 4x \rightarrow y = 2x^2 + 1$
 $S(0, y(0)) = (0, 1)$

۳۸

EX (کار در کلاس) در هر یک از سهمی‌های زیر، راس را مشخص و سپس آن را رسم کنید.

الف) $y = (x+1)^2 - 2$

ب) $y = -2x^2 + 1$

۳۹

T اگر نقطه $A(-1, 3)$ راس سهمی $y = ax^2 + bx + 5$ باشد، حاصل $a+b$ کدام است؟

- ۲(۱) ۳(۲) ۶(۳✓) ۴(۴)

نقطه راس، تلاست! $2x^2$ مشکو حل می‌کنه! قشک ملاش کن!

۴۰



T نیمساز ناحیه اول و سوم از رأس سهمی $y = ax^2 - 2x + 2$ عبور می کند. مقدار a کدام است؟

۱(۱)✓ ۲(۲) ۳(۳) ۴(۴)

هر نقطه روی این نیمساز، طول و عرضش برابر است...

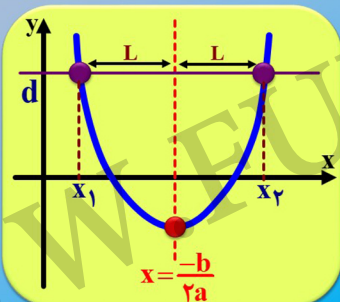
۴۱

T نمودار یک سهمی به صورت مقابل است. عرض رأس سهمی چقدر است؟

۴(۴)✓ ۴/۵(۳) ۵(۲) ۵/۵(۱)

۴۲

محور تقارن سهمی $y = ax^2 + bx + c$



طول که این خط در آن بنا شده، میانگین طول هر دو نقطه هم عرض روی سهمی است.

$$\frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{-b}{2a}$$

۴۳

EX رأس سهمی به معادله $y = 2x^2 + 4x - 1$ را مشخص کنید. معادله خط تقارن آن را بنویسید.

پشتالایی که گلاب آوردیم واستون چه کلاسی...

۴۴

EX (تمرین کتاب) اگر $(-2, 5)$ و $(0, 5)$ دو نقطه از یک سهمی باشند، خط تقارن این سهمی را به دست آورید.

نقاط هم عرض تو سهمی خیلی مهمه! خیلی! تصحیح مهمه!

۴۵

T اگر معادله محور تقارن سهمی به معادله $y = -2x^2 + ax + b$ به صورت $x = 1$ باشد و نمودار سهمی از نقطه $(1, -1)$ بگذرد، حاصل $a - b$ کدام است؟

دو معادله داریم و دو مجهول...

۴۶

T اگر منحنی به معادله $y = (a-1)x^2 + x + 3$ نسبت به خط $x = 2$ متقارن باشد، این منحنی محور xy را با کدام طول مثبت قطع می کند؟

۶(۴)✓ ۴(۳) ۳(۲) ۲(۱)

۴۷

EX (تمرین کتاب) نمودار هر یک از سهمی های زیر را رسم کنید.

$$y = -(x+1)^2 - 3$$

$$y = 3x^2 - 2$$

$$y = \frac{x^2}{2} + x - 4$$

$$y = x - x^2$$

۴۸



T نمودار سهمی $y = 2(x-a)^2 + b$ به صورت مقابل است. مقدار c کدام است؟

$\frac{2}{3}(4)$ $\frac{2}{3}(3)$ $\frac{2}{3}(2)$ $1(1)$ ✓

در واقع عرض رأس سهمی روی محور که عمود b هستند...

۴۹

For 100% **تست‌های درس دوم**

T نقطه $(-1, -4)$ رأس سهمی به معادله $y = 2x^2 + ax + b$ است. این سهمی محور وها را با کدام عرض قطع می‌کند؟

$2(4)$ $-1(3)$ ✓ $-2(2)$ $-3(1)$

در واقع ۲ معادله داریم و ۲ مجهول...

۵۰

T معادله سهمی شکل روبه رو کدام است؟

$y = -x^2 + 4x - 5(2)$ $y = -x^2 - 4x - 3(1)$
 $y = -4x^2 - 4x - 3(4)$ $y = -x^2 - 4x - 5(3)$ ✓

الان ۳ سرخ از سهمی داریم. چنان؟

۵۱

T نمودار سهمی به معادله $y = 2x^2 - 8x + 1$ از کدام ناحیه‌ی محورهای مختصات نمی‌گذرد؟

اول (۱) دوم (۲) سوم (۳) ✓ چهارم (۴)

سهمی رو به بالا تنها از نواحی ۱ و ۲ می‌گذرد، روبه پایین تنها از نواحی ۳ و ۴ می‌گذرد... این سوال با رسم همیشه ۱

۵۲

T اگر نمودار سهمی $y = ax^2 + bx + c$ به صورت زیر باشد، حاصل $a+b+c$ کدام است؟

$22(4)$ $21(3)$ ✓ $20(2)$ $19(1)$

این تیب مثل سگ معروفه ۱

۵۳

T خط $x = 2$ ، محور تقارن سهمی $y = \frac{1}{2}x^2 + ax + b$ می‌باشد. اگر معادله $y = 0$ ریشه مضاعف داشته باشد، مقدار b کدام است؟

$4(4)$ $3(3)$ $2(2)$ ✓ $1(1)$

مواست باشد ۲ همیشه ریشه مضاعف این سهمی... مقدار ۵ هم یک‌دومه ۱

۵۴

T نمودار سهمی $y = -x^2 + bx + c$ به صورت مقابل است. مقدار b کدام است؟

$6(2)$ $2(1)$
 $4(4)$ ✓ $-4(3)$

عرض رأس به ازای طولش باید پشه ۱

۵۵

T نمودار $y = -x^2 + ax + b$ به شکل مقابل است. مقدار b کدام است؟

$6(4)$ ✓ $-6(3)$ $12(2)$ $-12(1)$

۳ در واقع طول ریشه‌ی این سهمیه...

۵۶



T اگر کم‌ترین مقدار $y = ax^2 + 3x + 5$ برابر ۱- باشد، طول رأس سهمی کدام است؟

$-\frac{4}{3}(4)$ $\frac{4}{3}(3)$ $-\frac{4}{9}(2)$ $-4(1)$ ✓

کمترین یا بیشترین مقدار سهمی در عرض رأس اتفاق می‌فتد...

۵۷

T محیط شکل مقابل برابر ۱۲ است. بیشترین مقدار مساحت آن چقدر است؟

$12(4)$ $18(3)$ $9(2)$ ✓ $6(1)$

بیشترین مقدار سهمی رو به پایین در عرض رأس اتفاق می‌فتد...

۵۸

T نقطه M روی نمودار $y = \sqrt{2x+6}$ قرار دارد. کم‌ترین فاصله M از نقطه $A(2,0)$ چقدر است؟

$4(4)$ $3(3)$ ✓ $2(2)$ $5(1)$

فاصله دو نقطه از هم رو باری حساب کنی؟

۵۹

4

درس اول ← معادله درجه ۲ و روش‌های حلش

درس دوم ← سهمی

درس سوم ← تعیین علامت

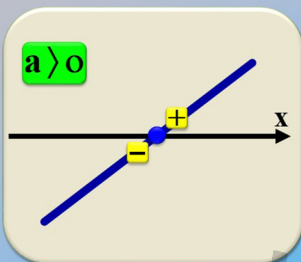
معادله‌ها و نامعادله‌ها

۶۰

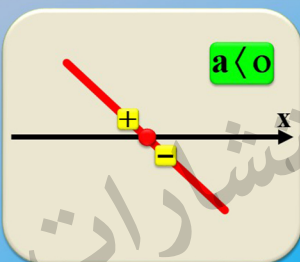
$y = ax + b$

علامت خط در شرایط مختلف

$a > 0$



$a < 0$



۶۱

تعیین علامت خط $y = ax + b$

X	$-\infty$	ریشه	$+\infty$
Y		0	
	مخالف علامت a	موافق علامت a	

ex $y = -3x + 6$

X	$-\infty$	2	$+\infty$
Y		0	
	+	0	-

$x = 2$

۶۲

T اگر a یک عدد طبیعی و جدول تعیین علامت عبارت $P = (2a-4)x + 2-b$ به صورت زیر

x	1
P	+ -

۴(۴) ۳(۳) ۲(۲✓) ۱(۱) ؟ کدام است؟

باشد، حاصل $a+b$

ضرب ۳ باید منفی باشد...

۶۳

EX (کار در کلاس) هر یک از عبارات زیر را تعیین علامت کنید.

$A = (2x-3)^2 \times (x^2)$

$B = \frac{(x-1)}{(5-2x)}$

۶۴



علامت سهمی در شرایط مختلف

۶۵

تعیین علامت سهمی $y = ax^2 + bx + c$

Δ > 0

X	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$
Y	a موافق	0	a مخالف	0

Δ = 0

X	$-\infty$	x_1	$+\infty$
Y	a موافق	0	a موافق

Δ < 0

X	$-\infty$	$+\infty$
Y	a موافق	

۶۶

EX (مثال کتاب یا تغییر) عبارت زیر را تعیین علامت کنید.

$$p(x) = \frac{(-2x+1)(-x^2+x-2)}{(x^2+x-2)}$$

اول پایه ریشه‌های تگ نشون رو درست پاری!!

۶۷

EX (تمرین کتاب) به ازای چه مقادیری از k، عبارت $A = x^2 + 2x + k$ همواره مثبت است؟

۵۲ شرط داره، ضریب اکس ۲ باید مثبت شه و دلتا منفی!!

۶۸

T در بازه (a, b) عبارت $P = \frac{(x+1)(x^2-x-2)}{x-3}$ منفی است. حداکثر مقدار b - a کدام است؟

۴ (۴) ۳ (۳) ۲ (۲) ۱ (۱) ✓

اول اون عبارت درجه ۲ رو تفهیم کن...

۶۹

نامعادله

اگر A و B دو عبارت جبری باشند، قهرهای $A < B$ ، $A \leq B$ ، $A \geq B$ ، $A > B$ را می‌گویند نامعادله

$3x^2 - x - 2 \geq 0$

$\frac{x^2 - 9}{2x + 1} \geq 0$

۷۰

EX (امتحانات سال گذشته) مجموعه جواب نامعادله زیر را به وسیله بازه‌ها نمایش دهید. $\frac{x^2 - 25}{x(x-2)^2} \geq 0$

۷۱

توجه

تعیین علامت $\frac{ax+b}{cx+d}$ شبیه تعیین علامت $(ax+b)(cx+d)$ است، فقط با این تفاوت که مخرجش نباید صفر شود. همین!

ex $\frac{-x+2}{x+1} \geq 0$ $\xrightarrow{\text{a منفی، پس بین دو ریشه است که مثبتا}}$ $-1 < x \leq 2$

ex $\frac{2x-4}{x-3} \geq 0$ $\xrightarrow{\text{a مثبت، پس خارج دو ریشه است که مثبتا}}$ $x > 3$ یا $x \leq 2$

ex $\frac{x+3}{-3x+6} < 0$ $\xrightarrow{\text{a منفی، پس خارج دو ریشه است که منفی}}$ $x > 2$ یا $x < -3$

۷۲



خيارا در تعيين علامت يی تاثيرند و فقط جايی که صفر می‌شود مهم!

ex $\frac{x+2}{|x-1|} \geq 0 \xrightarrow{x \neq 1} x+2 \geq 0 \rightarrow x \geq -2 \rightarrow [-2, +\infty) - \{1\}$

ex $\frac{-\sqrt{x}}{x^2-3x+2} \geq 0 \rightarrow x^2-3x+2 < 0 \rightarrow (x-2)(x-1) < 0$
 $\rightarrow (1, 2) \cup \{0\}$

ex $\frac{|x^2-9|}{x+4} < 0 \xrightarrow{x \neq \pm 3} \frac{x}{x+4} < 0 \rightarrow -4 < x < 0 \rightarrow \{-3\}$

۷۲

توجه
 تو تعيين علامت، توان فرد و راديكال فرجه فرد رو اصلا نپيژن! انگار نيستند!
 ينی تعيين علامت () و () همون تعيين علامت () ها

ex $\frac{\sqrt[3]{x^2-4}}{(-x^2+3x-3)^2|x|} > 0 \xrightarrow{x \neq 0} \frac{(x^2-4)}{(-x^2+3x-3)} > 0$

$a = -1 < 0$ & $\Delta = 9 - 4(-1)(-3) < 0 \rightarrow -x^2 + 3x - 3 < 0$

$x^2 - 4 < 0 \rightarrow x^2 < 4 \rightarrow -2 < x < 2 \rightarrow \{0\}$

۷۴

عريفگذار $a > 0$

۱ if $x^2 \geq a^2 \leftrightarrow x \geq a$ or $x \leq -a$ ۲ if $x^2 \leq a^2 \leftrightarrow -a \leq x \leq a$

۳ if $|x| \geq a \leftrightarrow x \geq a$ or $x \leq -a$ ۴ if $|x| \leq a \leftrightarrow -a \leq x \leq a$

EX برای چه مقایسه‌ای از عبارت $m = -2mx^2 + mx - \frac{1}{2m}$ همواره مثبت است؟ (مثال کتاب با تغییر)

۷۵

EX نامعادله قدرمطلق بنویسید که مجموعه جواب آن به صورت $(-2, 6)$ باشد.

از بازه‌ی جواب، شروع کن و پیوری تغییرش بده که سروته بازه قرینه هم بشه!

۷۶

EX کنار در کلاس) در نامعادله زیر، مجموعه جواب را به صورت بازه پرست آورده و روی محور نشان دهی. $|5-2x| \geq 1$

۴. تفکر کن! کارو درمیاره!!

۷۷

EX تا معادله $|x+2| \leq |x-1|$ را حل کنید.

یکی از راههای از بین بردن قدرمطلق، به توان ۲ رساندن!

۷۸

EX (تمرین کتاب) در هر یک از نامعادله‌های زیر، مجموعه جواب را به شکل بازه بنویسید.

$1 < 2x - 3 \leq 3$

$x+1 \leq 5 - x < 2x+3$

$-2 < \frac{5-x}{2} < 0$

$\frac{4-2x}{2x+1} \geq 0$

۷۹

$x(x^2+4) < 0$

$\frac{x^2-x}{x^2-2x+2} \leq 0$

$|7-2x| < 1$

$\left|\frac{x-1}{2}-1\right| \geq 3$

۸۰



T مجموعه جواب نامعادله $|2x+1| < 3$ با مجموعه جواب نامعادله $x^2+ax+b < 0$ برابر است. حاصل $a-b$ کدام است؟
 ۱) ۲) ۳) ۴) ۴) ۳) ۲) ۱)

تست‌های درس سوم For 100%
T به ازای چه محدوده ای از m نمودار $y = x^2 + mx + 1$ همواره زیر محور x ها قرار می‌گیرد؟
 ۱) $-2 \leq m \leq 2$ ۲) $m \leq -2$ یا $m \geq 2$ ۳) $-2 \leq m$ ۴) \emptyset

پیرن امن، اولاً شرط این راستان رو دارم؟

۸۱

۸۲

T مجموعه جواب نامعادله $\frac{4}{x^2} - \frac{2}{x} \geq 2$ شامل چند عدد صحیح می‌باشد؟
 ۱) ۴ ۲) ۲ ۳) ۵ ۴) ۳

طرحی یک نامعادله رو میشه در یک چهار ضرب کرد...

T اگر مجموعه جواب نامعادله‌های $A+B$ و $A \leq -2x+3 \leq B$ برابر باشند، $\left|\frac{x-1}{3}\right| \leq 3$ کدام است؟
 ۱) ۶ ۲) -6 ۳) ۷ ۴) -7

توش باید هر دو دوایکس به علاوه سه رو بسازی...

۸۳

۸۴

T اگر مجموعه جواب نامعادله‌های $|2x+b| > c$ به صورت زیر باشد، در این صورت حاصل $2c-b$ کدام است؟
 ۱) ۶ ۲) ۸ ۳) -6 ۴) -8

دو ایکس به علاوه ۲ رو بساز و پیرن ۲ باید بی باشه که قسمت عددی هر دو نامعادله قرینه هم شن...

T عبارت $p(x) = 3mx^2 - 2x + 1$ همواره مثبت است. حدود m کدام است؟
 ۱) $0 < m < \frac{1}{3}$ ۲) $m > -\frac{1}{3}$ ۳) $m > \frac{1}{3}$ ۴) $m < -\frac{1}{3}$

۸۵

۸۶

T مجموعه جواب نامعادله‌های $\frac{(x+2)^2(x^2-3x+2)}{(-x^2+x)^3} \geq 0$ کدام است؟
 ۱) $(-2, 0] \cup (1, 2)$ ۲) $(-2, 2]$ ۳) $(-2, 1) \cup (1, 2] \cup \{-2\}$ ۴) $(-2, 0] \cup \{-2\}$

تجزیه کن و با شرط مخرج مخالف صفر، حاصلی مشترک بالا و پایین رو بزن...

T نمایش مجموعه جواب نامعادله $|x-2| < 2$ بر روی محور به صورت زیر است. اشتراک جوابهای دو نامعادله $|x-a| > 3$ و $|x-2| < b$ کدام است؟
 ۱) $[3, 6]$ ۲) $(3, 6)$ ۳) $(-2, 3)$ ۴) $(-3, 6)$

۸۷

۸۸



T مجموعه جواب نامعادله های $\frac{3x-5}{6x^2-7x-5} < 0$ کدام است؟

(۱) $(-\infty, -\frac{1}{3})$ (۲) $(-\frac{2}{3}, \frac{5}{6}]$ (۳) $(-\infty, -\frac{1}{3}) \cup (\frac{5}{6}, \infty)$ (۴) $(-\infty, \frac{5}{6})$

هر محاسبات میفرماید به عامل مخرج با صورت مشترک...

۸۹

T با توجه به نمودار زیر که مربوط به تابع $y = ax^2 + bx + c$ است، جواب های نامعادله $\frac{x}{ax^2 + bx + c} \geq 0$ کدام است؟

(۱) $(-3, 0] \cup (2, +\infty)$ (۲) $(-2, 0] \cup [3, +\infty)$ (۳) $(-3, 2) - \{0\}$ (۴) $(-\infty, -3) \cup (2, +\infty) \cup \{0\}$

واسه مخرج، با نمودارش جدول تعیین علامت رو پر کن...

۹۰

T عبارت درجه ی اول $f(x) = 2kx + k^2 - 27$ به ازای $x < k$ ، مثبت و به ازای $x > k$ منفی است. k کدام است؟

(۱) $\{-3, 3\}$ (۲) فقط ۳ (۳) فقط ۴ (۴) ۲

سمت راست ریشه، موافق علامت a پر...

۹۱

T شکل زیر نمودار تابع $y = f(x)$ می باشد، عبارت $A = \frac{xf(x)(2x^2+1)}{(3-x)[x+2]}$ در بازه $(0, a)$ همواره مثبت است. بیشترین مقدار a کدام است؟

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۹۲

T اگر نامعادله ی $\frac{ax^2 - \frac{1}{2}ax - 3}{-x^2 - x - 1} \leq 3$ به ازای تمام مقادیر x برقرار باشد، a کدام است؟

(۱) هر مقدار (۲) -۶ (۳) ۶ (۴) هیچ مقدار

تو زمان میتونم طرفین نامعادله رو در چیزی ضرب کنیم که از علامت اون چیز مطلع باشیم...

۹۳

T اگر $f(x) = -x^2 + bx + c$ و ریشه های معادله $f(x) = 0$ برابر با $x = -1$ و $x = 3$ باشند، عبارت $A = \frac{f(x)}{(x^2 - x + 1)(-x^2 + 4x - 3)}$ به ازای چند مقدار صحیح x منفی است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) بی شمار

۹۴

T مجموعه جواب نامعادله ی $2 \leq \frac{2x-3}{x+2}$ به صورت $[a, +\infty)$ است. a کدام است؟

(۱) $-\frac{1}{4}$ (۲) $-\frac{1}{8}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $-\frac{7}{8}$

طرفین رو در قدرمطلق مخرج ضرب کن...

۹۵

T اگر مجموعه جواب نامعادله ی $\frac{1}{2x^2+x+1} < \frac{1}{x^2+1}$ ، به صورت $R - [a, b]$ باشد، مقدار $b - a$ کدام است؟

(۱) -۱ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۹۶



T اگر $m \in (a, b)$ منحنی درجه دوم به معادله $f(x) = mx^2 - mx - 1$ همواره پایین محور x قرار می گیرد. بیشترین مقدار $b - a$ کدام است؟ $1(1)$ $2(2)$ $3(3)$ $4(4)$ ✓

۹۷

۹۸

ریاضیت با من

فهرست 1 مجموعه، الگو و دنباله

2 مثلثات

3 توان های گویا و عبارت های جذبی

4 معادله ها و نامعادله ها

5 تابع

6 شمارش، بدون شمردن

7 آمار و احتمال

5 تابع

درس اول: مفهوم تابع و بازتاب های آن

درس دوم: دامنه و برد توابع

درس سوم: انواع توابع

مفهوم رابطه (R) و زوج مرتب

زوج مرتب هر دو تایی مرتب فاقد خاصیت جابجایی (α, β)

تساوی دو زوج مرتب

if $(x_1, y_1) = (x_2, y_2)$
then $x_1 = x_2, y_1 = y_2$

مقتضی اول: متغیر مستقل
مقتضی دوم: متغیر وابسته
برده: عرضه
شروع: ورودی
 X $y = f(x)$

ex اگر دو زوج مرتب $(11, x+y)$ و $(2x-y, 4)$ نشانگر یک نقطه باشند، مقادیر x و y را بیابید.

تعریف رابطه مجموعه ای از زوج های مرتب (x, y) که هم (به صورت دیمی) $R = \{(1, 2), (1, 4), (2, 3), (5, 1)\}$

نمایش زوج مرتبی تابع تابع، رابطه ای است که هیچ دو زوج مرتب متمایزی از آن دارای مقتضی های اول برابر نباشند اولشون برابر بود باید دومیشون برابر شه

$R = \{(1, 2), (1, 4), (2, 3), (5, 1)\}$ ❌ $f = \{(1, 2), (2, 1), (5, 1), (1, 2)\}$ ✅

تابع و خانواده هر بچه (X) به پدر مادر (Y) داره

EX به ازای کدام مقدار a و b رابطه $R = \{(1, 2), (2, -b), (1, 2a-1), (3, 2)\}$ یک تابع است؟

هر بچه، دقیقاً به پدر مادر...

EX اگر $f = \{(2, a), (-1, 5), (2, 2a+1), (-, 4)\}$ یک تابع باشد، دامنه و برد آن را مشخص کنید.

نامی؟ دامنه مقتضی اول، برد مقتضی دوم.

T اگر $f = \{(\sqrt{3}, 7), (-2, b), (\sqrt{3}, a^2+3), (a, 1), (2, 2)\}$ تابع باشد، حاصل $a+b$ کدام است؟

۱(۴) ۲(۲) ۳(۱) ۴(۳)

۲ مقدار واسه a درست میاره. با هر کدام یار باز نویسی کن...

نمایش پیکانی تابع (نمودار ون)

$f = \{(1, b), (2, a), (3, b), (4, c)\}$
 $D = \{1, 2, 3, 4\}$ $A = \{a, b, c, d\}$
 $R = \{a, b, c\} \Rightarrow R \subseteq A$

نمودار ون زمانی یک تابع را مشخص میکند که از هر عضو مجموعه دامنه دقیقاً یک فلش خارج شود. اینکه به اعضای مجموعه هم دامنه چند فلش یا صفر تا وارد شود فاقد اهمیت است

EX مجموعه A شامل سه دانش آموز به نام های محمد، حسین و امید و مجموعه B شامل دو رشته ورزشی است که دانش آموزان می توانند انتخاب کنند. کدام یک از نمودارهای پیکانی داده داده شده تابع است و کدام یک تابع نیست؟

T اگر $A = \{1, 2, 3, 4\}$ و $B = \{1, 2, 3\}$ ، چند تابع از A به B می توان تعریف کرد؟

۶۴(۱) ۸۱(۲) ✓ ۱۲(۳) ۲۴(۴)

هر کدام از اعضای مجموعه A چند انتخاب دارند؟

نمایش نموداری تابع زمانی یک نمودار تابع را مشخص میکند که هر خط موازی محور yها نمودار تابع را در حداکثر در یک نقطه قطع کند.

نمایش تابع با ضابطه ضابطه تابع، رابطه ی جبری بین ورودی و خروجی را نشان میدهد.

ex $f(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{x}$

ex $f(2x-1) = x^2 - 3\sqrt{x} \rightarrow f(3) = ?$

EX (تمرین کتاب) اگر در برای تابع g داشته باشیم: $g(1) = 5$ و $g(-2) = \frac{1}{3}$ و $g(4) = 3$ و $g(0) = 2$ را به صورت مجموعه ای از زوج های مرتب بنویسید و نمودار آن را رسم کنید.

EX (تمرین کتاب) کدام یک از رابطه های زیر یک تابع را نمایش می دهد؟ چرا؟ نمودار هر معادله را رسم کنید.

$f(x) = \begin{cases} x & x > 0 \\ x+2 & x \leq 2 \end{cases}$ $g(x) = \begin{cases} 2x & x < 0 \\ x+1 & x \geq 0 \end{cases}$

تو توابع چند ضابطه ای زوم کن رو دامنه مشترک دو ضابطه. زیاده به دامنه ۵۲ برد متفاوت برسه...

EX (کار در کلاس) اگر تابعی با نمایش جبری $f(n) = n^2 + 1$ داده شده باشد و دامنه آن $A = \{1, 2, 3, 4\}$ باشد، برد تابع f را پرست آورید و f را به صورت زوج مرتب نمایش دهید.

EX در هر قسمت نمودار یک تابع داده شده. دامنه و برد آن را مشخص کنید.

(الف)

(ب)



EX (تمرین کتاب) تابع $f(x) = 3x - 1$ را که دامنه آن مجموعه $\left\{\frac{1}{3}, 0, 5\right\}$ است، رسم کنید. پیر این تابع را به دست آورید و نمایش زوج مرتبی و نمودار پیکانی آن را ارائه دهید.

EX (تمرین کتاب) نمودار تابعی یک سهمی است که از نقاط $(1, -2)$ و $(2, -3)$ می‌گذرد و محور LA را در نقطه‌ای به عرض 1 قطع می‌کند. نمایش چبری این تابع را بنویسید و نمودار آن را رسم و دامنه و پیر آن را مشخص کنید.

میدانیم که سهمی به تابع $h(x) = x^2 - 4x + 3$ درجه دوم...

۱۷

۱۸

T اگر $xf(3) + 3f(x) = x + 6$ باشد، $f(6)$ کدام است؟
 ۱) ۰ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۲

اون (3) استون تو کومه اول کلایب اونو روشن کن!

T کدام یک از گزینه‌های زیر یک تابع را نمایش می‌دهند؟
 $b(x) = \begin{cases} |x|+1 & x \leq -2 \\ x^2+1 & x \geq -2 \end{cases}$ $f(x) = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$ $g(x) = \begin{cases} x^2 & x > 0 \\ x-4 & x < 2 \end{cases}$ $f(x) = \begin{cases} 2x-1 & x \geq 0 \\ x+3 & x < 0 \end{cases}$

برای تابع شری در دامنه مشترک باید به مقدار واحد پیر تولید شه...

۱۹

۲۰

روش‌های دامنه‌گیری دامنه به تابع همون عدد ایکسای قابل قبول برای اون تابعه!

بی‌غیرتا ۱

$y = x^2$ $y = x^3$ $y = |x|$

$y = \sqrt{x}$ $y = \sin x$ $y = \cos x$

$ax^n + bx^{n-1} + \dots + c$ فرد sin & cos

زوج ۲ $y = \sqrt{x}$ $y = \sqrt[n]{x} \rightarrow \Delta \geq 0$

مخرج ۳ $y = \frac{1}{x}$ $y = \frac{1}{\Delta} \rightarrow \Delta \neq 0$

توابع چندضابطه‌ای ۴ $y = \begin{cases} f_1 & x \in D_1 \\ f_2 & x \in D_2 \end{cases}$ $D_1 \cup D_2$

EX $y = \sin \frac{1}{x} \rightarrow D_y = D_{\frac{1}{x}} \rightarrow D_y = \mathbb{R} - \{0\}$

EX $g(t) = \sqrt[3]{|t|-4}$

EX $f(x) = \cos \sqrt{\frac{-1}{x^2 - 4x + 7}}$

EX $f(x) = \sin \sqrt{-4x^2 + 4x - 1}$

T اگر نمودار f شکل مقابل باشد، دامنه تعریف $y = \sqrt{(x-1)f(x)}$ شامل چند عدد صحیح است؟
 ۱) ۵ ۲) ۶ ۳) ۷ ۴) ۸

زیر رادیکال باید بزرگتر مساوی صفر باشه!



نکته برد (R) تابع همون ورودیگر گشاه قانون کلی برای مناسبه‌اش وهور ندرها

EX در تابع $f(x) = \left\{ (1, 2a)(1, 4)(5, -\frac{b}{3}) \right\}$ اگر مجموعه برد فقط یک عضو داشته باشد، حاصل $a + b$ را بیابید.

برداشتن به عضو داره یعنی به مقدارها

۲۵

نکته هرچا راه داز، واسه مناسبه برد، نمودار رسم کن! (رسم نمودار رو بزار تو اولویت)

T برد تابع $f(x) = \begin{cases} 3x-4 & x > 2 \\ x^2-3 & x \leq 2 \end{cases}$ کدام است؟ (ا رسم نمودار هم میشه ملش کرد)

$(-7, -2) \cup (2, +\infty)$ $(-3, +\infty)$ $(-2, +\infty)$ $(-4, -2, +\infty)$

۲۷

T اگر $f(x) = |x+1| - 2$ باشد، آن گاه برد تابع f کدام است؟

$[0, 2]$ $[1, 2]$ $[1, 3]$ $[1, 4]$

رسم رسم رسم

۲۹

T یک تانکر گاز از یک استوانه به ارتفاع ۸ متر و دو نیم کره به شعاع x متر در دو انتهای استوانه تشکیل شده است. حجم تانکر بر حسب تابعی از x کدام است؟

$V(r) = \frac{4}{3}\pi r^3 + 4\pi r^2$ $V(r) = \pi r^3 + \pi r^2$ $V(r) = \frac{4}{3}\pi r^3 + 8\pi r^2$ $V(r) = \frac{2}{3}\pi r^3 + 4\pi r^2$

۳۱

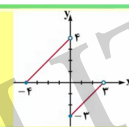
نکته گاهی اوقات برای مناسبه‌ی برد باید ضابطه‌ی تابع را ساخت

ex if $f(x) = -3x + 2$; $D_f = [-1, 4]$, then $R_{f(x)} = ?$

T برد تابع $y = \sqrt{2x - \sqrt{x+3}} - 3$ کدام است؟ $(-\infty, -2]$ $(2, \infty)$ $(-2, \infty)$ $(-4, 4)$

۲۶

T برد تابع f که نمودار آن در شکل زیر رسم شده کدام است؟



$(-3, 4]$ $(-4, 4)$ $(-3, 3)$ $(-2, 4)$

یه‌ها! شک! شک! یه‌ها!

۲۸

تست‌های درس اول و دوم 100%

T کدام رابطه الزاماً یک تابع نیست؟

- (۱) رابطه‌ای که به ضلع مربع مساحت مربع را نسبت می‌دهد.
- (۲) رابطه‌ای که به هر نوزاد یک طول قد نسبت می‌دهد.
- (۳) رابطه‌ای که به هر دانش آموز در امتحان نمره‌ی آن درس نسبت داده می‌شود.
- (۴) رابطه‌ای که به تعداد گل‌های زده شخص در یک لیگ فوتبال نام گل زن نسبت داده شود.

۳۰

T تابع $f = \{(m^2 - m, m^2 - 3m), (2, n^2 - 2n + 5), (2, p)\}$ شامل یک زوج مرتب است. $m + n + p$ کدام است؟

-4 4 2 -2

تفاوت واضح!

۳۲



T هرگاه $f(x) = 2 + x^2 - 2f(3)$ ، مقدار $f(-2)$ کدام است؟

۱-۰ (۱) ۱۱ (۲) -۱۰ (۳) -۹ (۴) ✓

اول به یوران آب بخور استخوانه بی صافاب بیه پلایه (۱)

۳۳

T کدام تابع قطعاً وجود ندارد؟

(۱) تابعی که دامنه ی آن تک عضوی باشد.
(۲) تابعی که فقط برد آن تک عضوی باشد.
(۳) تابعی که تعداد اعضای دامنه ی آن بیشتر از تعداد اعضای برد آن است.
(۴) ✓ تابعی که تعداد اعضای برد آن بیشتر از تعداد اعضای دامنه ی آن است.

۳۴

T کدام گزینه نمایش یک تابع است؟

(۱)

(۲)

(۳)

(۴)

از هر عضو دامنه باید دقیقاً یک فلش خارج شود.

۳۵

T تابع f به صورت $f = \{(1, 2), (m, 1), (1, m^2 + m), (m^2 - 2, m + 1)\}$ مفروض است. کدام زوج مرتب عضو تابع f نیست؟

(۱) $(2, -1)$ (۲) $(1, 2)$ (۳) $(-2, 1)$ (۴) ✓ $(1, -2)$

ایده حل این سوال دیکه نخنما شده.

۳۶

T نمودار زیر با حذف حداقل چند نقطه به یک تابع تبدیل می شود؟

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ✓ ۴ (۴)

۳۷

T کدام یک از روابط زیر، معرف یک تابع نیست؟

(۱) رابطه ی بین مساحت دایره و شعاع آن
(۲) رابطه ی بین افراد و وزن آنها در یک زمان معین
(۳) رابطه ی بین افراد و سال تولدشان
(۴) ✓ رابطه ی بین اعداد طبیعی و مقسوم علیه های آن

۳۸

T برد تابع $f(x) = (a-b-1)x^2 + (b-2)x + a+c-1$ مجموعه ی تک عضوی $\{2c-a\}$ و دامنه مجموعه اعداد حقیقی است. در این صورت $a+b+c$ کدام است؟

۱۰ (۱) ✓ ۹ (۲) ۸ (۳) ۷ (۴)

تابع ثابت بردش یک عضو داره و ضابطش میشه Y مساوی به عدد... مثلاً $Y=3$. نمودارشم به خط افقی تو عرض ۳ میشه.

۳۹

T برد تابع $f(x) = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$ کدام است؟

(۱) $[0, +\infty)$ (۲) $[-3, +\infty)$ (۳) ✓ $[0, +\infty) \cup \{-3\}$ (۴) \mathbb{R}

فراکش به رسم تپه ۱.

۴۰



T نمودار تابع f به شکل زیر است. چند عدد صحیح هم در دامنه و هم در برد تابع قرار دارند؟

۵ (۴) ۴ (۳) ۳ (۲✓) ۲ (۱)

۴۱

T دامنه تابع $f(x) = \sqrt{\frac{x+1}{3-x}}$ ، شامل چند عدد صحیح است؟

۲ (۴) ۳ (۳) ۴ (۲✓) ۵ (۱)

زیر دایره کمال فرجه زوج باید بزرگتر مساوی صفر باشد.

۴۳

T دامنه تابع $y = \sqrt{-x^3 + 4x^2 - 4x}$ شامل چند عدد طبیعی است؟

۱۶ (۴) ۲ (۳) ۱ (۲✓) ۰ (۱)

زیر دایره کمال فرجه زوج باید بی باشد.

۴۵

T دامنه تابع $y = \frac{x-1}{2x^2+ax+b}$ می باشد. حاصل $a-b$ کدام است؟

۱۶ (۴) -۱۶ (۳✓) ۸ (۲) -۸ (۱)

یعنی مخرج باید ریشه مضاعف ۲ داشته باشد (ضرب یکس ۲ روی داری که).

۴۷

T اگر دامنه تابع $f(x) = 2x - 1$ ، بازه $[3, +\infty)$ و دامنه تابع $g(x) = \frac{1}{x} + 3$ بازه $(-\infty, 3]$ باشد، اجتماع برد توابع f و g کدام است؟

$\mathbb{R} - (4, 5)$ (۴✓) $\mathbb{R} - 5$ (۳) \mathbb{R} (۲) \mathbb{Z} (۱)

مردود برد روی از مردود دامنه بساز.

۴۲

T نمودار تابع f به صورت مقابل است. دامنه تابع $y = \sqrt{2-f(x)}$ کدام است؟

$[-1, \infty)$ (۲) $[-1, 2]$ (۱) $[-1, 1]$ (۴✓) $(-\infty, 1]$ (۳)

۴۴

T نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت مقابل است. دامنه تابع $y = \sqrt{x f(x)}$ شامل چند عدد صحیح است؟

۱۱ (۴) ۱۰ (۳) ۹ (۲✓) ۸ (۱)

ترسیری بالاتر ۱۵ فیاض ترسیری بالاتر ۱۵.

۴۶

T برد تابع قطعه ای $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x + 2 & x \geq 0 \\ 3x + a & x < 0 \end{cases}$ مجموعه \mathbb{R} است. حدود a کدام است؟

$a \geq 1$ (۴✓) $a \geq 2$ (۳) $a \leq 1$ (۲) $a \leq 2$ (۱)

رسم دای این دردم.

۴۸



T برد تابع $y = \frac{x^3 - 2x^2 - x + 2}{x^2 - 1}$ چند عدد صحیح را شامل نمی‌شود؟

۱(۱) ۲(۲) ۳(۳) ۴(۴) بیشمار

بالا رو با دسته‌بندی و فاکتورگیری تهیه کن!

۴۹

T اگر $f(x) = 4 - 5x$ دارای دامنه $[a, b]$ و برد $[5, 19]$ باشد، مقدار ab کدام است؟

۱(۱) $-\frac{5}{4}$ ۲(۲) $-\frac{3}{5}$ ۳(۳) $-\frac{3}{5}$ ۴(۴) $\frac{3}{5}$

هر روز ۴ منوی ۵ ایکس رو راجه و هر روز ۳ رو می‌فروار!

۵۰

T دامنه و برد تابع $y = \sqrt{-x^3}$ با دامنه و برد کدام تابع زیر برابر است؟

۱(۱) $y = -x\sqrt{x}$ ۲(۲) $y = -x\sqrt{-x}$ ۳(۳) $y = x\sqrt{-x}$ ۴(۴) $y = x\sqrt{x}$

ببین هم زیر رادیکال قرمز زوج، هم خودش بزرگتر مساوی صفر هستن!

۵۱

T برد تابع $y = \frac{1}{4 + \sqrt{x}}$ کدام است؟

۱(۱) $[\frac{1}{4}, \frac{1}{2}]$ ۲(۲) $(\frac{1}{4}, \frac{1}{2}]$ ۳(۳) $[\frac{1}{4}, \frac{1}{2})$ ۴(۴) $(\frac{1}{4}, \frac{1}{2})$

از اینکه رادیکال ایکس بزرگتر مساوی صفر شروع کن و هر روز ۳ رو بساز!

۵۲

T اگر $f(x) = \sqrt{x-a} + b$ به طوریکه $D_f = [2, +\infty)$ و $R_f = [5, +\infty)$ ، مقدار $f(18)$ کدام است؟

۱(۱) ۱۴ ۲(۲) ۲۳ ۳(۳) ۲۰ ۴(۴) ۹

فایده مفهومی لامصب!

۵۳

5 **تابع**

درس اول: مفهوم تابع و بازتابی‌های آن

درس دوم: دامنه و برد توابع

درس سوم: انواع توابع

۵۴

انواع توابع **تابع چندجمله‌ای** توابعی که از جمع و تفریق چند جمله به وجود می‌آیند

درجه یک چندجمله‌ای رو بزرگترین توانش مشخص میکنه!

$f(x) = ax^n + bx^{n-1} + \dots + c$

په جملش! ضریبش!

$f(x) = -3x^4 + 5x^5 - 3$ درجه ۵ $f(x) = 2x^8 - 3x - \frac{1}{x} + 3$ درجه ۸

توابع چندجمله‌ای خاص

۱ **تابع ثابت** ضابطه‌ی آن $y = k$ و نمودارش یک خط افقی است.

۵۵

EX (تمرین کتاب) الف) تابع $f(x) = -3$ را رسم کنید و مقادیر $f(2)$ و $f(-50)$ و $f(100)$ و $f(-5)$ و $f(\sqrt{5})$ و $f(-\frac{3}{4})$ را بدست آورید.

ب) اگر دامنه این تابع مجموعه اعداد حقیقی باشد، نمودار تابع را رسم کنید.

پ) نمودار این تابع را وقتی که دامنه آن بازه $[-2, 5]$ باشد، نیز رسم کنید.

۵۶



T اگر تابع $f(x) = \frac{3x-a+2}{-2a-6x}$ بر روی دامنه تعریف آن، تابع ثابت $f(x)=k$ باشد، $a+k$ چه عددی است؟

$\frac{1}{2}(4\sqrt{\quad})$ $-\frac{1}{2}(3\sqrt{\quad})$ $1(2\sqrt{\quad})$ $-1(1\sqrt{\quad})$

از ضرایب x بالا و پایین باید فکتور بگیری!

۵۷

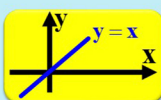
EX (تمرین کتاب) برای یک تابع قطعی می‌دانیم که: $f(2) = 11$ و $f(0) = 7$. نمودار این تابع را رسم کنید و نمایش چیری آن را بنویسید.

۵۹

EX ضابطه تابع درجه دوم f را بنویسید که از نقاط $(0,1)$ ، $(-1,0)$ و $(2,15)$ بگذرد.

۶۱

۳ تابع همانی ضابطه آن $f(x) = x$ و نمودارش نیمساز ناحیه اول و سوم است.

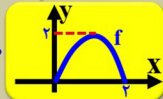


در تابع همانی همواره دامنه برابر بردار است!

هر کردی کردو نیست! یعنی هر تابعی که دامنه و بردش برابر باشد همانی نیست! باید ضابطه یا نمودارش هم همانی باشد!



اما $D_f = R_f = [0, 2]$



ex

۶۳

EX $f(x) = (n^2+n-6)x + \sqrt{-n}$ تابعی ثابت است. مقدار n کدام است؟

۲ تابع خطی ضابطه آن $f(x) = mx + d$ است و نمودارش خطی است با شیب m و عرض از مبدأ d . پر واضح است که تابع خطی یک پهنه‌ای از نوع درجه یک می‌باشد.

۵۸

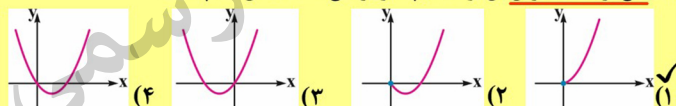
T تابعی خطی است به طوری که $f(x-1) = f(x+2) + 9$ ؛ اگر $f(2) = 7$ ، مقدار $f(1+f(3))$ کدام است؟

$-2(1\sqrt{\quad})$ $2(2\sqrt{\quad})$ $-4(3\sqrt{\quad})$ $4(4\sqrt{\quad})$

فرض کن $f(x) = ax + b$

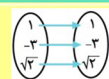
۶۰

T طول یک مستطیل از چهار برابر عرض آن یک واحد بیشتر است. مساحت مستطیل را به عنوان یک تابع بر حسب عرض آن نوشته ایم. نمودار تابع مساحت آن کدام است؟



۶۲

EX مثلاً نمودار پیکانی و مجموعه $f = \{(1,1), (a,a)\}$ هر کدام مربوط به یک تابع همانی است.



EX (کلاس در کلاس) یک تابع همانی مثال بزنید که دامنه آن $\{ \alpha, \beta, \gamma, \delta \}$ باشد.

EX (کلاس در کلاس) یک تابع ثابت مثال بزنید که دامنه آن \mathbb{R} عضو باشد.

۶۴



T اگر $f(x) = (a-b)x + a + b$ یک تابع همانی باشد، $3a + 2b$ کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱ ✓

ضابطه تابع همانی چه شکلی بود؟

۶۵

تابع قدرمطلق

مفهوم قدرمطلق | قدرمطلق تابعی است مثبت کن!

$$|-3| = 3 \quad |x^2 + 1| = x^2 + 1 \quad y = |x| = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$$



$$|-x^2 + 2x - 1| = |-(x-1)^2| = (x-1)^2$$

خلاصه اثر شیر قدرمطلق: مقننات داخلش تعیین علامت کن! جاهایی که مثبت خودش

$$|\Delta| = \begin{cases} \Delta, & \Delta \geq 0 \\ -\Delta, & \Delta < 0 \end{cases}$$

خارج میشه و جاهایی که منفیه، قرینش!

۶۶

EX درستی یا نادرستی گزاره‌های زیر را بررسی کنید.

(۱) دامنه تابع $f(x) = 2x^2 + 1$ برابر $[0, +\infty)$ و برد آن نیز $[0, +\infty)$ است.

(۲) دامنه تابع $f(x) = |x| - 1$ برابر \mathbb{R} و برد آن $[-1, +\infty)$ است.

(۳) برد تابع ثابت $f(x) = -1$ برابر \mathbb{R} است.

(۴) اگر $f(x) = 3x + 2$ ، آنگاه $f(f(2)) = 24$

۶۷

تابع چندضابطه‌ای

به تابعی به این فرم که برای هر عدد دامنه، یک معادله دارد، توابع چند ضابطه‌ای (قطعه‌ای) نامیده می‌شود.

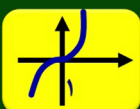
EX (مثال کتاب با تغییر) نمودار تابع قطعه‌ای $f(x) = \begin{cases} x^2 & x \geq 1 \\ x-3 & x < 1 \end{cases}$ را رسم کنید و دامنه و بردش را بیابید.

EX در مثال قبلی حاصل $f(f(\sqrt{2})) + f(-1)$ را بیابید.

۶۸

انتقال ببینیم با هریک از اعمال زیر، نمودار تابع $f(x)$ چگونه انتقال می‌یابد؟

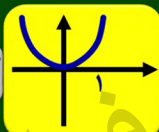
EX $y = x^3 - 1$



$f(x) + k$

نمودار $f(x)$ را k واحد و در جهت علامت k روی محور y حرکت بده!

EX $y = (x-1)^2$



$f(x+k)$

نمودار $f(x)$ را k واحد و در خلاف جهت علامت k روی محور x حرکت بده!

۶۹

EX نمودار تابع $y = -(x-1)^2 + 2$ را به کمک انتقال رسم کنید.

(این سوال از سارگی ۳ تا سور به کلاب زده است)

۷۰

EX نمودار تابع $y = |x+1| + 1$ را به کمک انتقال رسم کنید.

(این سوال رو عملکردی میکنیم. پشمک از تکه‌ی دیگر است)

۷۱

T نمودار تابع $y = -|x-4| + 2$ از کدام ناحیه نمی‌گذرد؟

اول (۱) دوم (۲) ✓ سوم (۳) چهارم (۴)

۷۲



T مساحت ناحیه محصور بین دو نمودار $y_1 = |x+1|$ و $y_2 = |x+2|$ و محور x ها کدام است؟

$\frac{1}{3}(4)$ ✓ $\frac{1}{3}(2)$ $4(3)$ $1(1)$

۷۳

تست‌های درس سوم For 100%

T اگر تابع $f(x) = ax^2 + (x-b)(1-x)$ خطی و $f(2) = 3$ باشد، مقدار $f(0)$ کدام است؟

$-4(4)$ $-3(3)$ $-2(2)$ $-1(1)$ ✓

۷۴

T نمودار تابع $f(x) = -(x-1)^2 + 2$ شبیه کدام یک از گزینه‌های زیر است؟

(۴) (۳) ✓ (۲) (۱)

همیشه عرض از مبدأ به په رسم دقیق بیانی کمک می‌کند.

۷۵

T نمودار تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} 1 & -1 \leq x \leq 0 \\ x^2 - 1 & 0 < x \leq 2 \\ 2 & x > 2 \end{cases}$ کدام است؟

(۴) ✓ (۳) (۲) (۱)

۷۶

T مطابق شکل زیر، نمودار تابع f از یک خط و بخشی از یک سهمی تشکیل شده است. حاصل عبارت $\frac{f(3)-f(4)}{-f(-1)+f(-3/5)}$ کدام است؟

$-1(4)$ $-2(3)$ $2(2)$ $1(1)$ ✓

به تابع ۲ ضابطه‌ای هستش!

۷۷

T نمودار تابع $y = |x-1|$ را یک واحد در راستای محور y ها به سمت پایین منتقل می‌کنیم. سپس نمودار را روی محور x ها، ۲ واحد به سمت چپ منتقل می‌کنیم. سپس نمودار حاصل را نسبت به محور x ها قرینه می‌کنیم. در این صورت ضابطه‌ی تابع جدید کدام است؟

$y = |x-1| - 1(4)$ $y = -|x+1| + 1(3)$ ✓ $y = -|x-3| + 1(2)$ $y = |x+1| - 1(1)$

نکته: پرفکس ۱: قرینه نسبت به محور ایکس‌ها (وای‌ها) ۲: وای (ایکس) رو تو به منفی ضرب کن!

۷۸

T اگر جدول زیر مربوط به یک تابع ثابت باشد، مقدار $\frac{b-3k}{d+12}$ کدام است؟

x	۳	$a+1$	۲	y
$f(x)$	\sqrt{k}	$\sqrt[3]{b}$	۴	d

$4(2)$ $1(1)$ ✓ $12(4)$ $16(3)$

۷۹

T اگر تابع $f = \{(4, 3m-2), (n-1, 2)\}$ همانی باشد، حاصل $\frac{m}{n}$ کدام است؟

$3(4)$ $\frac{1}{3}(3)$ ✓ $2(2)$ $\frac{1}{3}(1)$

همانی: موزی=موزی، ۱=۱.

۸۰



T اگر برای تابع f با دامنه \mathbb{R} شرط $f(x+y)=f(x)+f(y)$ برقرار باشد و $f(3)=5$ ، مقدار $f(9)$ کدام است؟
۱۵ (۴✓) ۴۵ (۳) ۱۸ (۲) ۳۰ (۱)

پایه (۹) رو خوردرکن به پندرتا (۳) ا-۱

۸۱

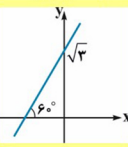
T اگر f یک تابع خطی، $f(2)=3$ و $f(f(1))=1$ باشد، مقدار $f(-1)$ کدام است؟
۷، -۴ (۴) ۶، -۳ (۳✓) ۵، ۲ (۲) ۴، -۱ (۱)

خطی درمیش یک بودا

۸۳

T در تابع خطی $f(x)$ ، اگر $f(-2)=4-f(2)$ باشد، مقدار $f(3)+f(-3)$ کدام است؟
۴ (۴✓) ۳ (۳) ۶ (۲) ۲ (۱)

۸۵

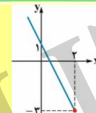
T نمودار تابع f به صورت مقابل است. مقدار a کدام باشد تا $f(2a-1)=6\sqrt{3}$ برقرار باشد؟

۲ (۱) ۴ (۲) ۳ (۳✓) ۶ (۴)

۸۷

T اگر $f(x+y)=f(x)+f(y)$ و $f(2)=5$ به طوریکه $f(\alpha)=15$ مقدار α کدام می‌تواند باشد؟
۲۴ (۴) ۱۸ (۳) ۶ (۲✓) ۱۲ (۱)

روح پایه سوال قبل در کالبد این سوال دمیده شده

۸۲

T نمودار تابع f به صورت مقابل است. دامنه تعریف $y=\sqrt{-f(x)+5}$ شامل چند عدد صحیح است؟

۴ (۴) ۵ (۳✓) ۴ (۲) ۳ (۱)

۸۴

T فرض کنید $f(x)$ تابع خطی و $f(2)=8$ باشد. اگر دامنه تابع $y=\sqrt{f(x)-x^2}$ به صورت $[-2, b]$ باشد، مقدار b کدام است؟
۴ (۴) ۳ (۳✓) ۲ (۲) ۱ (۱)

در واقع اون ۲- ریشه سهمی داخل رانگاهه

۸۶

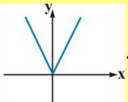
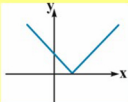
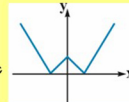
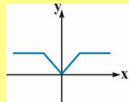
T با کدام انتقال از نمودار $y=x^2-6x+1$ به نمودار $y=x^2$ می‌رسیم؟
۳ (۱) واحد به راست، ۸ واحد به پایین ۳ (۲✓) واحد به چپ، ۸ واحد به بالا
۳ (۳) واحد به راست، ۸ واحد به بالا ۳ (۴) واحد به چپ، ۸ واحد به پایین

اولیه رو مربع کاملش کن

۸۸



T نمودار $f(x) = |2|x| - 4x|$ به کدام صورت می باشد؟

 (۱) ✓
 (۲)
 (۳)
 (۴)

با تعیین علامت از شر قدرمطلق خلاص شو

۸۹

T اگر $f(x) = |x|$ ، طول نقطه تلاقی $y = f(x)$ و $y = f(x-2)$ کدام است؟

۲/۵ (۴) ۲ (۳) ۱/۵ (۲) ۱ (۱) ✓

در نقطه تلاقی عرض ها برابر می باشد

۹۰

T سطح بین $f(x) = a - |x - a|$ تا محور x ها برابر ۱۶ می باشد. a کدام است؟

۲ (۴) ۱۶ (۳) ۸ (۲) ۴ (۱) ✓

فرض کن a مثبت و رسمش کن

۹۱

T مساحت محدود به نمودار تابع $f(x) = |x + a| - b$ و محور x ها برابر ۶ است. مقدار b کدام است؟ ($b > 0$)

$\sqrt{6}$ (۴) ✓ $2\sqrt{3}$ (۳) $3\sqrt{2}$ (۲) $\sqrt{3}$ (۱)

۹۲



۹۳



فهرست 1 مجموعه، الگو و دنباله

2 مثلثات

3 توان های گویا و عبارت های جبری

4 معادله ها و نامعادله ها

5 تابع

6 شمارش، بدون شمردن

7 آمار و احتمال

6

درس اول: شمارش

درس دوم: جایگشت

درس سوم: ترکیب

شمارش، بدون شمردن

EX اصل ضرب برای شمارش تعداد حالات رفتار پدر پدیده که پشت سرهم یا همزمان اتفاق می افتد از اصل ضرب استفاده میکنیم. یک نشانه دو، یک نشانه برای استفاده از این اصل است.

اصل جمع زمانی که پدر پدیده نمیتواند پشت سرهم یا همزمان اتفاق بیفتد، برای شمارش تعداد کل حالات، از اصل جمع استفاده میکنیم. یعنی مسئله را حالت بندی کرده و تعداد حالات را جمع میکنیم.

EX (مثال کتاب) یا تغییر شغلی برای رفتن از تهران به قم دو مسیر و برای رفتن از قم به اصفهان ۳ مسیر دارد به پدر طریق این شغلی می تواند از تهران به اصفهان پرواز برگردد، به طوری که در برگشت از مسیرهایی که رفته استفاده نکند؟

EX (تمرین کتاب) در یک شهر صنعتی ۵ بلوار اصلی و در هر بلوار، بین ۸ تا ۱۰ خیابان، و در هر خیابان بین ۱۰ تا ۱۳ کوچه و در هر کوچه بین ۲۰ تا ۳۰ کارخانه وجود دارد. حداقل و حداکثر تعداد کارخانه هایی که ممکن است در این شهر وجود داشته باشد، چقدر است؟

حداقل با کمترین معادله، پرست، مبار، حداقل با بیشترین معادله

EX (تمرین کتاب) یک آزمون چندگزینهای شامل ۱۰ سوال ۴ گزینه ای و ۵ سوال ۲ گزینه ای (بله - خیر) است. فردی قصد دارد به سوال ها به صورت تصادفی جواب دهد. او به پدر روش می تواند این کار را انجام دهد اگر، (الف) میباید باشد به همه سوال ها جواب دهد؟

(ب) بتواند سوال ها را بدون جواب هم بگذارد؟

T در یک فروشگاه ۴ نوع پیراهن، ۵ نوع شلوار و ۷ نوع کفش وجود دارد. به چند طریق می توان یک کفش، یک پیراهن و یک شلوار از این فروشگاه خرید کرد؟

۱۶(۱)	۱۴۰(۲✓)	۹۶(۳)	۷۲(۴)
-------	---------	-------	-------

عمل انتخاب کردن دارد پشت سرهم اتفاق می افتد.

T مطابق نقشه مقابل تعداد راه های موجود بین چهار شهر A, B, C و D مشخص شده است. به چند طریق می توانیم از شهر A به شهر D برسیم به طوری که از هر شهر بیش از یک بار عبور نکنیم؟

۱۰(۱)	۷(۲)	۱۳(۳✓)	۹(۴)
-------	------	--------	------

T از مجموعه $A = \{1, 2, 3, 4\}$ به مجموعه $B = \{5, 6, 7\}$ چند تابع می توان تعریف کرد به طوری که $f(2) = 6$ باشد؟

۸۰(۱)	۸۱(۲)	۲۷(۳✓)	۸(۴)
-------	-------	--------	------

نمودار ون تابع رو با اعمال شرط گفته شده بکش.

میشه از ۳ مسیر جدا (۳ یا) از A به D رسید.



EX (مثال کتاب) رمزی از ۳ حرف تشکیل شده که هر کدام می‌توانند از حروف فارسی یا انگلیسی کوچک باشند. اگر حروف کنار هم از یک زبان نباشند، برای این رمز چند حالت ممکن وجود دارد؟

تعداد حروف الفبای فارسی + ۳۲ و تعداد حروف الفبای انگلیسی + ۱۲۶

۱۰

محدود کننده‌ها در مسائل سافت اعداد یا کلمات گاهی محدودیتی اعمال می‌کنند. همیشه اول

تعداد حالات مرور کننده را مشخص کنید. بعد بروید سراغ ادامه حل! برقی از مرور کننده‌های معروف:

عدد زوج یکنانش یک رقم زوج.

عددی که به ۵ بخشپذیر، رقم یکنانش صفر یا ۵ هست.

اولین رقم سمت چپ هیچ عددی نمی‌تونه صفر باشه.

وقتی قراره عدد جواب ما از فلان عدد بزرگتر یا کوچکتر باشه، مرور کننده اولین رقم سمت چپ.

در سوالات سافت عدد، در حالت نرمال تکرار ارقام مجاز است. مگر اینکه خود سوال به

نوعی گفته باشه تکرار مجاز نیست. (مثلا سوال بگه با ارقام غیر تکراری عدد رو بسازید)

۹

نکته: در مسائل سافت اعداد اگر بگویند با فلان ارقام (مثلا ۱،۲،۳) چند عدد n رقمی (مثلا ۳ رقمی) می‌توان

نوشت، تکرار مجاز است. (چون مثلا عددی مثل ۲۲۳ هم داریم) (در این مثال $3 \times 3 \times 3 = 27$)

اما اگر بگویند با جایگشت این ارقام (یعنی با تعویض جای آن‌ها) چند عدد ۳ رقمی می‌توان تولید کرد، دیگر تکرار

مجاز نیست.

(چون فقط قراره باشون رو عوض کنیم دیگه! در این مثال $3 \times 2 \times 1 = 6$)

۱۱

EX (مثال کتاب) با ارقام ۰، ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹

الف) چند عدد ۳ رقمی می‌توان نوشت؟ ب) چند عدد ۳ رقمی با ارقام غیر تکراری می‌توان نوشت؟

ب) چند عدد ۳ رقمی قدر با ارقام غیر تکراری می‌توان نوشت؟ (همین قسمت را برای اعداد زوج دوباره حل کنید.)

در مسائل سافت اعداد اگر صفر تاثیر داشت و تکرار مجاز نبود، باید افسار پندارید کردن صفر!

۱۲

EX با ارقام ۰، ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹ چند عدد چهار رقمی می‌توان نوشت؟

۲) چند عدد سه رقمی بدون ارقام تکراری می‌توان نوشت؟

۳) چند عدد پنج رقمی زوج با ارقام متمایز می‌توان نوشت؟

۱۴

EX (تیزهوشان ۱۳۹۲) با ارقام ۰، ۱ و ۵ و ۷ و ۸ و بدون تکرار ارقام:

الف) چند عدد سه رقمی قدر می‌توان نوشت؟

ب) چند عدد سه رقمی بزرگتر از ۷۰۰ می‌توان نوشت؟

ب) چند عدد سه رقمی مقرب ۵ می‌توان نوشت؟

۱۳

EX چند عدد سه رقمی وجود دارد که حداقل یک بار رقم ۲ در آنها به کار رفته است؟

واژه‌ی «مراقب» ، «مراقبه» و «مراقبت» متنی تورو باید یار قانون متمم پندارند!

۱۵

T با ارقام ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹ چند عدد ۳ رقمی زوج و کمتر از ۳۰۰ می‌توان نوشت؟

۲۰(۱) ۱۶(۲) ۱۰(۳) ۸(۴)

الان تکرار مجازه چون گفته با جایگشت این ارقام...

۱۶



تست های درس اول 100% For

T با فرض مجموعه $A = \{1, 2, 3, 4\}$ چند تابع از A به A تعریف می شود طوری که ۲ عضو بردش نباشد؟
 ۴۲ (۴) ۲۴ (۳) ۳۴ (۲) ✓ ۴۴ (۱)

۲. رو از بازی برده پندار بیرون!

۱۷

۱۸

T شخصی قصد دارد تا از نقطه A به نقطه C سفر کند. اگر مسیرهای مستقیم از A به C مسدود شده باشد، به چند طریق این عمل ممکن است؟ (از هر نقطه حداکثر یک بار می توان عبور کرد)
 ۱۱ (۴) ✓ ۱۰ (۳) ۱۳ (۲) ۸ (۱)

T در شکل مقابل به چند طریق می توان از شهر A به شهر D رسید به شرطی که فقط در جهت جاده ها حرکت کنیم؟
 ۳۱ (۴) ۱۸ (۳) ۲۵ (۲) ✓ ۲۴ (۱)

۱۹

۲۰

T اگر $A = \{1, 2, 3, 4\}$ و $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ چند تابع مانند f از A به B می توان تعریف کرد به طوری که $f(2) \neq 1$ و $f(1) = 2$ ؟
 ۱۲۰ (۴) ۱۰۰ (۳) ✓ ۷۵ (۲) ۴۸ (۱)

نمودار ون تابع رو بکش و شروط رو اعمال کن!

T در جام جهانی فوتبال ۳۲ تیم شرکت کرده اند. به چند طریق دو تیم فینالیست می توانند انتخاب شوند؟
 ۳۱×۳۰ (۴) ۳۲×۳۲ (۳) $\frac{1}{2} \times 32 \times 31$ (۲) ۳۲×۳۱ (۱) ✓

۲۱

۲۲

T با ارقام ۰، ۱، ۲، ۳، ۴ چند عدد ۳ رقمی زوج بدون تکرار ارقام می توان نوشت؟
 ۴۲ (۴) ۳۶ (۳) ۳۰ (۲) ✓ ۴۸ (۱)

یادت نره افسار کردن صفر پندازی!

T اگر یک آزمون ۴ گزینه ای شامل ۸ سؤال باشد و دانش آموزان باید به تمام سؤالات پاسخ دهند چند نوع پاسخنامه خواهیم داشت؟
 ۸² (۴) ۲۱۶ (۳) ✓ ۲۸ (۲) ۸۴ (۱)

برای هر سوال ۴ حالت داریم!

۲۳

۲۴



درس اول ← شمارش

شمارش، بدون شمردن ← درس دوم ← جایگشت

ترکیب ← درس سوم

۶

۲۵

جایگشت جایگشت n شی همان کل حالات قرارگیری آن اشیاء کنار هم است. (جای-بگشت)

پس تعداد جایگشت n شی همان تعداد کل حالات قرارگیری آن اشیاء کنار هم است. حالا گاهی برای مدل جایگشتی که اشیاء می‌توانند داشته باشند شرطی اعمال می‌شود که با در نظر گرفتنش، مسئله را حل می‌کنیم.

انواع جایگشت

فاکتوریل جایگشت n شی متمایز کنار هم می‌شود: $n!$

۲۶

$0! = 1! = 1$ $2! = 2 \times 1$ $3! = 3 \times 2 \times 1 = 3 \times 2!$ $4! = 4 \times 3! = 24$

$5! = 5 \times 4! = 120$ $6! = 6 \times 5! = 720$ $n! = n \times (n-1) \times \dots \times (n-k)!$

EX تمام جایگشت‌های حروف a, b, c را بنویسید.

تعداد کل جایگشت‌ها یا همون حالات قرارگیریشون میشه ۶

۲۷

EX علی و ۴ نفر از دوستانش می‌خواهند روی یک نیمکت کنار هم بنشینند. به چند حالت این اتفاق می‌تواند بیفتد، بطوریکه علی همواره وسط بنشیند؟

نکته: جایگشت n شی متمایز که k تای آن‌ها تکراری است می‌شود $\frac{n!}{k!}$

EX با حروف کلمه «نلان» چند کلمه ۵ حرفی متمایز می‌توان ساخت؟

۲۸

EX حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

(۱) $\frac{11!}{10!}$ (۲) $\frac{12!}{9!}$ (۳) $\frac{(n+1)!}{(n-1)!}$

۲۹

EX (امتحانات سال گذشته) به چند طریق می‌توان با ۵ دختر و ۵ پسر یک صف تشکیل داد به طوری که پسرها و دخترها به صورت یکی در میان در کنار هم نشسته باشند؟

جایگشت‌های یکی در میان! (وقتی برابرین به دعوای اول صف هم دارن).

۳۰

EX به چند طریق ۴ کتاب ریاضی و ۳ کتاب فیزیک (کتاب‌ها متمایزند) را می‌توان در یک قفسه چید به طوری که همه کتاب‌های ریاضی در سمت چپ قرار بگیرند؟

در یک یک کتاب ریاضی نباید باشند یا فیزیک عوض شه

۳۱

T ۵ نفر به اسمی A, B, C, D, E می‌خواهند پشت سر هم از یک نردبام بالا روند، در چند حالت A بعد از B از نردبام بالا می‌رود؟

$5!(4) \quad \frac{1}{2} \times 5!(3) \quad 2 \times 4!(2) \quad 4!(1)$

در نصف حالات A بعد B میره

۳۲



T به چند طریق می‌توان حروف کلمه black را کنار هم قرار داد، به طوری که ۱ و ۲ مجاور باشند ولی ۳ و ۴ مجاور نباشند؟

۴۸(۴) ۳۶(۳) ۲۴(۲✓) ۱۲(۱)

کل حالات میشه زمانی که ۲ و ۱ کنار همند، منهای حالاتی که هم ۲ و ۱ کنار همند و هم ۳ و ۴

۳۳

EX (تمرین کتاب) در یک لیگ فوتبال ۱۸ تیم قرار دارند. در پایان این لیگ تیم‌های اول تا سوم به پندر حالت مختلف می‌توانند مشخص شوند؟

۳۵

EX با حروف کلمه «جایگشت» و بدون تکرار حروف:

(۱) چند کلمه ۲ حرفی می‌توان نوشت؟

(۲) چند کلمه ۳ حرفی می‌توان نوشت که با حرف (ج) شروع می‌شود؟

(۳) چند کلمه ۳ حرفی می‌توان نوشت که از حرف (ج) استفاده نمی‌شود؟

حرف‌های متوالی تو را نشانی جایگشت‌ها را حساب کردی.

۳۷

EX (تمرین کتاب) با حروف کلمه «کل پیرا» و بدون تکرار حرف:

(الف) چند کلمه ۶ حرفی می‌توان نوشت؟ چند تا از آن‌ها با «کل» شروع می‌شوند؟

(ب) چند کلمه ۳ حرفی می‌توان نوشت؟

(پ) چند کلمه ۶ حرفی می‌توان نوشت که در آن‌ها دو حرف «پ» و «ر» کنار هم آمده باشند؟

(ت) چند کلمه ۳ حرفی می‌توان نوشت که در آن‌ها دو حرف «پ» و «ر» کنار هم آمده باشند؟

(ث) چند کلمه ۵ حرفی می‌توان نوشت که در آن‌ها حروف کلمه «پیرا» کنار هم آمده باشند؟

۳۹

تبدیل (جایگشت کاتی) تعداد جایگشت‌های k تایی از n شی متمایز $P(n, k) = \frac{n!}{(n-k)!}$

می‌شود دو مرحله: مرحله اول انتخاب k شی، مرحله دوم جایگشت این k شی. در واقع می‌شود تعداد کل انتخاب‌های k تایی از n شی و بعد جایگشت‌های گروه‌های کوچک انتخاب شده.

T هرگاه $P(2n, 2) = 20P(n, 2)$ باشد، مقدار n کدام است؟

۵(۴) ۴(۳) ۳(۲✓) ۲(۱)

۳۴

EX (امتحانات سال گذشته) از بین تعدادی کتاب مختلف می‌خواهیم ۳ کتاب را انتخاب کنیم و در قفسه‌ای بچینیم. اگر تعداد حالت‌های مختلف برای این کار ۲۱۰ تا باشد، تعداد کتاب‌ها چند تا است؟

وقتی می‌گه بچینیم یعنی ترتیب فرقی نمی‌کنه، مهمه بعد از انتخاب.

۳۶

EX (مثال کتاب) با حروف کلمه «فیثاغوری» و بدون تکرار حروف:

(الف) چند کلمه ۸ حرفی می‌توان نوشت؟ چند تایی آن‌ها به «ی» ختم می‌شوند؟

(ب) چند کلمه ۸ حرفی می‌توان نوشت که در آن‌ها حروف «ر» و «ی» کنار هم قرار داشته باشند؟

(پ) چند کلمه ۶ حرفی می‌توان نوشت؟ چند تا از آن‌ها به «ر» ختم می‌شوند؟

(ت) چند کلمه ۸ حرفی می‌توان نوشت که در آن‌ها حروف کلمه «فیثا» چهار حرف اول باشند؟

(ث) چند کلمه ۸ حرفی می‌توان نوشت که در آن‌ها حروف کلمه «فیثا» کنار هم باشند؟

(ج) چند کلمه ۸ حرفی می‌توان نوشت که با حرف نقطه‌دار شروع شوند؟

۳۸

T جواب معادله $P(n, 3) = 20n$ کدام است؟

۱۰(۴) ۹(۳) ۶(۲✓) ۵(۱)

۴۰



تست‌های درس دوم For 100%

T اگر $\frac{(n-1)!}{(n+1)!} = \frac{1}{6}$ باشد، n چقدر است؟
 ۴(۴) ۳(۳) ۲(۲✓) ۱(۱)

۴۱

T چه تعداد از موارد زیر درست است؟

الف) $\frac{n!}{(n-2)!} = n^2 - n$
 ب) $4 \times 5! = 20!$ پ) $4! + 4! = 8!$ ت) $0! = 0$ ث) $2! \times 3! = 6!$
 ۴(۴) صفر ۳(۳) ۲(۲) ۱(۱✓)

۴۲

T در چه تعداد از جایگشت‌های حروف کلمه «بیله سوار»، حروف کلمه «سوار» کنار هم قرار می‌گیرند؟

۵!(۴) ۵!(۳) ✓ ۴!(۲) ۵!(۱)

کلمه کلارهم! یعنی حروف «سوار» می‌تونه باشون باهم عوض شه...

۴۳

T با ارقام ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ و صفر چند عدد چهار رقمی زوج کمتر از ۴۲۰۰ (تکرار ارقام مجاز باشد) می‌توان نوشت؟

۶۶۰(۴) ۳۶۵(۳) ۳۶۰(۲✓) ۶۸۹(۱)

یعنی صفره باید زوج و کمتر مساوی ۴۱۹۹ باشه!

۴۴

T چند جایگشت (۶ حرفی) از حروف a, b, c, d, e وجود دارد به طوری که حروف a و b همواره کنار هم و حروف d و e نیز همواره کنار هم باشند؟

۶(۴) ۱۲(۳) ۳۶(۲) ۷۲(۱✓)

۴۵

T با حروف کلمه $improve$ چند کلمه‌ی هفت حرفی بدون توجه به معنی کلمه می‌توان نوشت که با حرف i شروع شده و حروف کلمه pro در کنار هم باشند؟

۳۶(۴) ۵۷۶(۳) ۴۲۰(۲) ۱۴۴(۱✓)

۴۶

T تعداد جایگشت‌های کلمه $SYSTEM$ که در آن‌ها بین دو حرف S دقیقاً یک حرف دیگر وجود داشته باشد، کدام است؟

۱۹۲(۴) ۴۸(۳) ۹۶(۲✓) ۱۲۰(۱)

۴۷

T با حروف کلمه $یگل پیرا$ بدون تکرار حروف چند کلمه $ی ۶$ حرفی می‌توان نوشت که در آن دو حرف «پ» و «ر» کنار هم نیامده باشند؟

۴۸۰(۴✓) ۷۲۰(۳) ۲۴۰(۲) ۳۶۰(۱)

فعل منفی اومره از قانون متمم استفاده کن!

۴۸



T حاصل $1 \times 1! + 2 \times 2! + 3 \times 3! + \dots + 10 \times 10!$ برابر است با:

۱۱! + ۱ (۱) ۱۱! - ۱ (۲) ✓ ۱۱! - ۱۰ (۳) ۱۱! + ۱۰ (۴)

اونا ضرب المبرری پشت سرشون رو بنویس یکی بیشترشون منهای یکی!

۴۹

T با ارقام $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ و بدون تکرار ارقام، چند عدد چهار رقمی بزرگ‌تر از ۲۰۰۰ و کوچکتر از ۴۰۰۰ می‌توان نوشت؟

۱۰۰ (۱) ۸۶ (۲) ۱۲۰ (۳) ✓ ۱۴۰ (۴)

مهرورک‌شده میشه اولین رقم سمت پیش!

۵۰

T یک کارخانه برای هر قطعه تولیدی خود یک شماره شناسه به صورت زیر می‌زند به طوریکه هر ستاره بیانگر یک رقم غیرصفر، مربع بیانگر یک عدد دو رقمی با ارقام یکسان و دایره بیانگر یکی از حروف مجموعه $A = \{\text{الف}, \text{ب}, \text{ج}, \text{د}, \text{ه}, \text{و}, \text{ز}, \text{ح}, \text{ط}, \text{ق}, \text{م}, \text{ل}, \text{ن}\}$ است. در این کارخانه چند قطعه می‌توان تولید کرد که شماره شناسه آن با رقم زوج شروع شود؟

۱۴ × ۹۵ (۴) ۵۶ × ۹۶ (۳) ۱۴ × ۹۶ (۲) ۵۶ × ۹۵ (۱) ✓

ببین واسه هر جایگاه هنر حالت وجود داره!

۵۱

T تعداد جایگشت‌های شش حرفی واژه‌ی OLYMPIAD که در آن حروف صدادار (O, A, I) یک در میان قرار گیرند، کدام است؟

۶! (۱) ✓ $\frac{7!}{2!}$ (۲) $3 \times 5!$ (۳) $\frac{3 \times 6!}{2!}$ (۴)

۵۲

T با حروف کلمه IRANIAN یک کلمه ۷ حرفی می‌نویسیم. در چند حالت حروف مشابه در کنار هم هستند؟

۳! (۱) ۴! × ۲ (۲) ۴! (۳) ✓ ۳! × ۶ (۴)

۵۳

T با حروف کلمه MAMANA چند کلمه ۵ حرفی می‌توان ساخت؟

۶۰ (۴) ✓ ۳۰ (۳) ۹۰ (۲) ۴۵ (۱)

مشابه رو حالت‌های کنه!

۵۴

T با حروف کلمه AHMAD چند کلمه ۵ حرفی می‌توان نوشت، به طوری که حرف H سمت چپ حرف M باشد؟ (نه لزوماً بلافاصله)

۳۰ (۱) ✓ ۲۴ (۲) ۲۰ (۳) ۲۹ (۴)

میشه نصف کل حالات!

۵۵

T به چند طریق می‌توان یک جدول 1×9 را با سه تا ۱ و شش تا ۲ پر کرد؟

۸۴ (۱) ✓ ۹۶ (۲) ۷۶ (۳) ۶۴ (۴)

۵۶

6

درس اول ← شمارش

شمارش، بدون شمردن ← درس دوم جایگشت

ترکیب ← درس سوم

۵۷

ترکیب ترکیب k تایی از n شی متمایز میشود تعداد کل انتخاب های k تایی از آن n شی، بطوریکه ترتیب قرارگیری در آن گروه های کوچک انتخاب شده مهم نباشد. فرمولشو ببین

$$C(n, k) = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

در واقع هر جا خواستیم فقط انتخاب کنیم و ترتیب انتخاب شده ها مهم نبود از ترکیب استفاده می کنیم.

T اگر $\frac{P(n, 4)}{C(n-1, 4)} = 26$ باشد مقدار n کدام است؟ $52(1) \quad 53(2) \quad 54(3) \quad 55(4)$

۵۸

EX اگر $P(n, r) = 210$ و $C(n, r) = 35$ باشد مقدار n و r را به دست آورید.

پزشکون کن نمونه ارتباطتون میشه...

۵۹

EX (مثال کتاب درسی) از میان ۶ کتاب مختلف:

(الف) به چند طریق می توانیم چهار کتاب را در یک قفسه کنار هم بچینیم؟

(ب) به چند طریق می توانیم چهار کتاب را برای هدیه دادن به یک نفر انتخاب کنیم؟

وقتی میله بیستم یعنی علاوه بر انتخاب، جایگشتشون مهمه...

۶۰

نکته برای مناسبی سرعتر ترکیب از فرمولای بسیاررر مهم زیر بهره ببر در ضمن باید بدانید که

یعنی تعداد زیرمجموعه های k تایی یک مجموعه n عضوی.

$$\binom{n}{0} = 1 \quad \binom{n}{1} = n \quad \binom{n}{n} = 1 \quad \binom{n}{k} = \binom{n}{n-k} \quad \binom{n}{2} = \frac{n \times (n-1)}{2!} \quad \binom{n}{3} = \frac{n \times (n-1) \times (n-2)}{3!}$$

T هرگاه $\binom{18}{n} = \binom{18}{n-3}$ باشد مقدار n کدام می تواند باشد؟ $5(1) \quad 6(2) \quad 7(3) \quad 8(4)$

۶۱

EX مجموعه $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ چند زیرمجموعه ۲ عضوی دارد؟

(۱) چند زیرمجموعه ۳ عضوی شامل عدد ۵ دارد؟ (۲) چند زیرمجموعه ۲ عضوی فاقد عدد ۶ دارد؟

۶۲

T ده نقطه روی یک دایره به تصادف قرار گرفته است. تعداد چند ضلعی هایی که این ده نقطه رؤس آن ها می باشد چند تا است؟ $968(1) \quad 969(2) \quad 975(3) \quad 976(4)$

تعداد کل زیرمجموعه های یک مجموعه n عضوی میشه 2^n به توان n .

۶۳

EX درون کیسه ای ۳ مهره سفید، ۴ مهره سیاه و ۲ مهره سبز وجود دارد. (مهره ها متمایزند)

(۱) به چند طریق می توان ۴ مهره از کیسه خارج کرد؟

(۲) به چند طریق می توان ۲ مهره سفید و ۱ مهره سیاه خارج کرد؟

(۳) به چند طریق می توان ۴ مهره خارج کرد به طوری که حداقل ۲ مهره سفید باشد؟

(۴) به چند طریق می توان ۵ مهره خارج کرد به طوری که حداقل یک مهره سبز باشد؟

۶۴



EX (مثال کتاب درسی) در یک دوره مسابقات کشتی از بین ۳ داور ایرانی، ۳ داور ژاپنی و ۲ داور روسی قرار است کمیته‌ای از داوران تشکیل شود. به چند روش می‌توان این کار را تشکیل داد اگر:

(الف) کمیته ۳ نفره باشد؟

(ب) کمیته ۳ نفره باشد و از هر یک از ۳ کشور یک نفر در کمیته باشد؟

(پ) کمیته ۵ نفره باشد و دقیقاً ۲ داور ایرانی داشته باشد؟

(ت) کمیته ۵ نفره باشد و حداقل ۳ داور ایرانی داشته باشد؟

(ث) کمیته ۷ نفره باشد و شامل ۳ داور ایرانی، ۲ داور ژاپنی و ۲ داور روسی باشد؟

(ج) کمیته ۵ نفره باشد و حداقل یک داور ایرانی داشته باشد؟

۶۵

EX (تمرین کتاب) یک اداره دارای ۱۸ عضو است. این اداره دارای ۱ رئیس، ۳ معاون، ۲ حسابدار، ۶ کارشناس اداری، ۳ کارمند و ۳ کارشناس امور حقوقی است. این اداره ماهانه بایر جلسه‌ای ۵ نفره جهت بررسی و تصویب آخرین طرح‌های پیشنهادی برگزار کند. به چند طریق این گروه ۵ نفره می‌تواند انتخاب شود، هرگاه:

(الف) رئیس و دقیقاً یک کارشناس امور حقوقی در جلسه باشند؟

(ب) رئیس و دقیقاً یک معاون و یک کارشناس امور حقوقی در جلسه باشند؟

۶۶

EX (تمرین کتاب) کل فروشی در فروشگاه خود ۱۵ نوع گل مختلف دارد. او در هر دسته گل از ۵ تا ۵ شانه گل متمایز قرار می‌دهد. او چند دسته گل مختلف می‌تواند درست کند؟

دسته گل‌ها می‌تواند ۳ شانه یا ۴ شانه یا ۵ شانه‌ای باشد.

۶۷

EX (تمرین کتاب) هفت نقطه A، B، C، D، E و F و G روی محیط یک دایره قرار دارند. چند مثلث مختلف می‌توان کشید که رئوس آن از این هفت نقطه انتخاب شده باشند؟

تعداد کل انتخاب‌های ۳ تایی که میشه داشته‌ا

۶۸

EX (تمرین کتاب) یک آشپز ده نوع ادویه دارد. او با استفاده از هر ۳ تا از این ادویه‌ها یک طعم مخصوص درست می‌کند. این آشپز چند طعم مختلف می‌تواند درست کند هرگاه:

(الف) هیچ ضرورتی در استفاده از ادویه‌ها نداشته باشد؟

(ب) دو نوع ادویه هستند که با هم نمی‌توانند استفاده شوند؟

(پ) سه ادویه هستند که هر سه با هم نمی‌توانند استفاده شوند؟

(ت) ادویه‌ها به ۲ دسته ۵ تایی تقسیم می‌شوند که هیچ یک از ادویه‌های دسته اول با هیچ یک از ادویه‌های دسته دوم سازگاری ندارند؟

۶۹

EX (امتحانات سال گذشته) می‌خواهیم از بین ۱۰ نفر که ۳ تایی آن‌ها برادرند، یک تیم ۳ نفره انتخاب کنیم. به چند حالت می‌توانیم این تیم را انتخاب کنیم به شرطی که:

(الف) هیچ شرطی نداشته باشیم. (ب) هیچ برادری نباشد. (پ) حداقل یک برادر در تیم باشد.

واژه‌ی «مراقل»، «مراکله» و «اصل منلی تورو باور یار قانون متمع پندازن»

۷۰

EX علی می‌خواهد در یک آزمون استخدامی شرکت کند. او باید به یک سؤال از بین ۵ سؤال تستی یا یک سؤال از بین ۴ سؤال تشریحی پاسخ دهد. او به چند طریق می‌تواند یک سؤال را پاسخ دهد؟

یا یعنی جمع ۱

۷۱

T ۴ دانش آموز نهم و ۶ دانش آموز دهم در یک ردیف کنار هم قرار گرفته‌اند. در چند حالت دانش‌آموزان کلاس نهم یک در میان هستند؟

۶۹۱۲۰ (۴) ✓ ۱۷۲۸۰ (۳) ۴۱۴۷۲۰ (۲) ۲۸۸۰ (۱)

بنظر رسم کن بین در چند حالت، نوعیاً می‌تواند یکی در میان باشند ۱.

۷۲

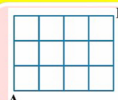


T یک نقاش قوطی‌هایی از ۴ رنگ مختلف سبز، قرمز، آبی و نارنجی در اختیار دارد. او با ترکیب دو، سه یا چهار قوطی متمایز می‌تواند دقیقاً یک رنگ جدید به وجود آورد. او از حاصل ترکیب‌های خود مجموعاً چند رنگ مختلف می‌تواند تولید کند؟

۱۰ (۱) ۱۱ (۲) ✓ ۱۶ (۳) ۲۸ (۴)

یعنی یا ۲ رنگ قاطعی کنه یا ۳ رنگ یا ۴ رنگ ۱

T در شکل زیر می‌خواهیم از نقطه A به نقطه B برسیم به شرطی که یا یک واحد به سمت راست یا یک واحد به سمت بالا حرکت کنیم. مقدار راه‌های ممکن چند تا است؟



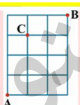
۱۲ (۱) ۷! (۲) ۳۵ (۳) ✓ ۲۷ (۴)

کلا از ۷ حرکتی که می‌توانیم انجام بدهیم ۳۵ تا شو انتخاب کن واسه بالا (یا ۴ تا شو انتخاب کن واسه راست) ۱

۷۳

۷۴

T در شکل زیر به چند طریق می‌توان از A به B رفت به طوری که از C عبور نکرد؟ (حرکت فقط به سمت راست و بالا مجاز است.)



۲۳ (۱) ✓ ۲ (۲) ۲۱ (۳) ۲۰ (۴)

می‌تونیم کل حالات رو منهای حالاتی کنیم که شما از C می‌گذره ۱

T در یک آپارتمان ۶ زوج زندگی می‌کنند و قرار است یک هیئت مدیره ۴ نفری متشکل از آنها انتخاب شود. به چند طریق می‌توان این کار را انجام داد بطوری که از هر زوج حداکثر ۱ نفر عضو هیئت مدیره باشد؟

۱۲۰ (۱) ۳۶۰ (۲) ۴۸۰ (۳) ۲۴۰ (۴) ✓

اول از ۶ تا زوج ۵ تا و بعد از هر زوج یک نفر انتخاب کن ۱

۷۵

۷۶

تست‌های درس سوم 100% For

T در کیسه‌ای ۶ مهره قرمز، ۲ مهره آبی و ۴ مهره سبز وجود دارد. اگر ۳ مهره به تصادف از کیسه خارج کنیم، در چند حالت امکان دارد ۳ مهره هم‌رنگ باشند؟

۲۰ (۱) ۲۴ (۲) ✓ ۱۸ (۳) ۱۴ (۴)

مواست باشه انتخاب ما از آبیا نمیشه باشه ۱

T در یک کنفرانس بین‌المللی افرادی از ایران و ۵ کشور دیگر حضور دارند. از هر کشور ۳ نفر اما از ایران ۴ نفر دعوت هستند. به چند طریق می‌توان ۳ نفر را برای سخنرانی انتخاب کرد طوری که هیچ دو نفر سخنران ملیت یکسان نداشته و یکی از آن‌ها ایرانی باشد؟

۳۶۰ (۱) ✓ ۹۶۹ (۲) ۴۲۰ (۳) ۱۲۰ (۴)

اول از ۵ تا زوج بیرونه و بعد از هر زوج یک نفر انتخاب کن ۱

۷۷

۷۸

T از بین افراد یک گروه، تصمیم به انتخاب ۴ نفر داریم. به طوری که شخص A حتماً حضور داشته باشد و شخص B حضور نداشته باشد. اگر به ۸۴ طریق قادر به این کار باشیم، چند نفر در این گروه حضور دارند؟

۹ (۱) ۱۰ (۲) ۱۱ (۳) ✓ ۱۲ (۴)

T می‌خواهیم از بین دانش‌آموزان سه کلاس ۴ نفره، یک تیم ۵ نفره برای مسابقات المپیاد انتخاب کنیم. در چه تعداد از حالت‌ها، تعداد افراد انتخاب شده از کلاس اول از مجموع نفرات انتخاب شده از هر دو کلاس دوم و سوم بیشتر است؟

۲۸ (۱) ۱۱۲ (۲) ۱۱۰ (۳) ۱۲۰ (۴) ✓

یعنی یا از کلاس اول ۳ تا یا ۲ تا یا ۱ تا از کلاس اول ۵ تا از بقیه یکی ۱

۷۹

۸۰



T گل فروشی در فروشگاه خود ۸ نوع گل مختلف دارد. او در هر دسته گل از ۴ تا ۶ شاخه گل متمایز قرار می‌دهد. اگر گل فروش برای تزئین ماشین نیاز به ۲ دسته گل متمایز داشته باشد، به چند طریق می‌تواند یک ماشین را تزئین کند؟
 ۱۱۷۸۱(۱)✓ ۸۹۷۱(۲) ۱۳۵۲۳(۳) ۱۵۸۴۱(۴)

اول بدون پدر مدرسه گل می‌توانیم بسازیم. بعد از اون تعداد ۲ تا ۶ انتخاب کن!

۸۱

T با فرض $\binom{n+1}{3} = 2\binom{n}{3}$ تعداد زیرمجموعه‌های دو عضوی یک مجموعه n عضوی کدام است؟
 ۶(۱) ۱۰(۲)✓ ۱۵(۳) ۲۱(۴)

۸۲

T مجموعه $A = \{1, 2, \dots, 7\}$ چند زیرمجموعه ۳ عضوی شامل ۱ و فاقد ۲ دارد؟
 ۱۰(۱)✓ ۱۵(۲) ۲۰(۳) ۲۱(۴)

۸۳

T در یک مجموعه n عضوی تعداد زیرمجموعه ۷ عضوی و ۳ عضوی برابر است. این مجموعه چند زیرمجموعه ۲ عضوی دارد؟
 ۳۶(۱) ۷۲(۲) ۹۰(۳) ۴۵(۴)✓

۸۴

T به چند طریق می‌توان از میان اعداد ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹، ۱۰، ۱۱، ۱۲، ۱۳، ۱۴، ۱۵، ۱۶، ۱۷، ۱۸، ۱۹، ۲۰ سه عدد انتخاب کنیم تا جمع آنها زوج باشد؟
 ۳۲۰(۱) ۴۵۰(۲) ۱۲۰(۳) ۵۷۰(۴)✓

جمع ۲ عدد فرد و جمع ۲ عدد زوج، عددی زوج همیشه و جمع یک فرد و یک زوج عددی فرد همیشه!

۸۵

T چند مثلث می‌توان ساخت به طوری که رئوس آن از بین نقاط شکل مقابل می‌باشد؟
 ۹۶(۱) ۱۰۸(۲) ۱۳۲(۳) ۱۵۶(۴)✓

۸۶

T علی و محمد با ۸ دانش آموز دیگر در یک کلاس قرار گرفته‌اند. به چند طریق می‌توانیم از بین آن‌ها یک تیم ۶ نفره انتخاب کنیم به طوری که از بین علی یا محمد لااقل یکی در تیم باشند؟
 ۱۱۲(۱) ۱۸۲(۲)✓ ۲۱۰(۳) ۷۰(۴)

بنظر من از تمام پروا

۸۷

T یک مدرسه ۷ کلاس ۲۰ نفره دارد. مدیر مدرسه می‌خواهد کمیته ای پنج نفره انتخاب کند، بطوریکه از هر کلاس حداکثر یک نفر انتخاب شود ضمناً حداقل یکی از نفرات انتخابی جزء سه نفر اول لیست کلاس نباشد، به چند طریق می‌توان نفرات را انتخاب کرد؟
 ۲۱×۱۷(۱) ۲۰۵-۳۵(۲) ۲۱×۲۰(۳) ۲۱×(۳۰۵-۳۵)(۴)✓

از تمام پروا... گل همیشه از هر کلاس به نفر ۱، منهای تمام حالاتی که اون به نفر جز ۳ نفر اول کلاس باشند!

۸۸



T در یک جدول 4×5 چند مستطیل وجود دارد که مربع نیست؟

۱۵۰ (۱) ۱۲۰ (۲) ۱۱۰ (۳) ✓ ۹۰ (۴)

تعداد کل مربع مستطیل‌ها رو منهای تعداد مربع‌ها کن!

T به چند طریق می‌توان ۷ سیب یکسان را بین سه نفر تقسیم کرد؟

۳۶ (۱) ✓ ۳۵ (۲) ۲۴ (۳) ۳۲ (۴)

وقتی می‌خواهی چندتا چیز یکسان رو بین چند نفر تقسیم کنی، از پوب‌خط استفاده کن (کلی کمتر از افرار) و بایکشت پوب‌خط و اشیا رو حساب کن!

۹۰

۸۹

T به چند طریق میتوان ۱۰ جایزه یکسان را بین علیرضا، صادق و احسان تقسیم کرد، بطوریکه

به علیرضا حداقل یکی، به صادق حداقل دوتا و به احسان حداقل ۳ جایزه تعلق بگیرد؟

۳۰ (۱) ۱۵ (۲) ✓ ۱۲ (۳) ۲۴ (۴)

شرط‌ها رو برقرار کن، بعد ۲ تا پوب‌خط و ۴ تا جایزه رو بایکشت برما

۹۱

۹۲

ریاضیات با من



مفاهیم ابتدایی

پایه های که از قبل نمیتوان نتیجه دقیق را عر س زد اما تعداد کل نتایج ممکنش را می دانیم. مانند پرتاب تاس یا شانسیت فرزندان.

پایه (آزمایش) تصادفی

فضای نمونه ای به مجموعه کل نتایج ممکن یک آزمایش تصادفی، فضای نمونه ای می گویم.

این مجموعه را با S نشان می دهیم. مثلا در پرتاب یک تاس، S مجموعه اعداد ۱ تا ۶ است.

پیشامد هر پیشامد یک زیرمجموعه از فضای نمونه ای است که ممکن است رخ بدهد یا خیر.

فرمول: $\emptyset \subseteq A \subseteq S \Rightarrow 0 \leq n(A) \leq n(S)$

برآورد همان نتیجه آزمایش است. اگر برآورد عضو پیشامد A باشد، می گویم A رخ داده است.

پیشامد قطعی پیشامدی که قطعاً رخ میدهد. همان فضای نمونه ای است. ($A=S$)

پیشامد نشدنی پیشامدی که قطعاً رخ نمیدهد. همان تهی است. ($A=\emptyset$)

نکته تعداد کل پیشامدهای ممکن روی فضای نمونه ای n عضوی S می شود: 2^n

T خانواده ای دارای ۳ فرزند است. از لحاظ جنسیت فرزندان، چند پیشامد برای آن ها قابل تعریف است؟ (۱) ۸ (۲) ۲۴ (۳) ۲۵۶ (۴) ۱۲۸

EX (تمرین کتاب) سکه ای را به هوا می اندازیم. اگر پشت بیاید، یک تاس و اگر رو بیاید دو سکه دیگر را می اندازیم؛ (الف) فضای نمونه ای این آزمایش تصادفی را مشخص کنید. (ب) پیشامد آن که «تاس زوج بیاید» را مشخص کنید. (پ) پیشامد آن که «دو سکه رو بیاید» را مشخص کنید.

EX دو تاس آبی و قرمز را با هم می اندازیم. فضای نمونه ای این آزمایش تصادفی چند عضو دارد؟ (۱) اگر A را پیشامد «مجموع دو عدد رو شده برابر ۶» تعریف کنیم، پیشامد A را با نوشتن اعضا بنویسید.

T در پرتاب ۲ سکه و یک تاس چند پیشامد تصادفی می توان تعریف کرد؟

(۱) ۲۳۲ (۲) ۲۱۶ (۳) ۲۲۴ (۴) ۲۸

تعداد کل پیشامدها میشه تعداد کل زیرمجموعه های مجموعه S .

T اگر S فضای نمونه یک آزمایش با تعداد اعضای متناهی باشد؛ به طوری که S دارای ۸۴ پیشامد سه عضوی باشد، در این فضای نمونه چند پیشامد تصادفی تعریف می شود؟

(۱) ۲۵۶ (۲) ۵۱۲ (۳) ۱۰۲۴ (۴) ۲۰۴۸

اول با معادله داده شده تعداد اعضای فضای نمونه ای رو حساب کن!



EX فضای نمونه‌ای در یک آزمایش تصادفی به صورت $S = \{8, 5, a, b\}$ است، اگر پیشامد A به صورت $A = \{8, 5\}$ و نتیجه آزمایش {a} شده باشد، صیغ و غلط بودن موارد زیر را مشخص کنید. با تشکر...

(الف) پیشامد A رخ داده است.
(ب) پیشامد A رخ نکرده است.
(پ) A یک پیشامد قطعی است.
(ت) {b} یک پیشامد نشترنی است.
(ث) $\{8, 5, a, b\}$ یک پیشامد هتمی است.

فضاها و نمونه‌های معروف

پرتاب n تاس سه پشت سرهم یا باهم 3^n **پرتاب n تاس پشت سرهم یا باهم** 6^n **پرتاب n تاس و ۱ تاس** 12^n **انتخاب n شی از یک گروه m تایی** $\binom{m}{n}$ **پنسیت n فرزند**

T در یک خانواده ای که دارای ۵ فرزند است، پیشامد داشتن حداقل یک پسر، چند عضوی است؟

۵ (۱) ۶ (۲) ✓ ۷ (۳) ۸ (۴)

EX (مثال کتاب درسی) یک تاس و دو سکه را با هم می‌اندازیم؛
(الف) فضای نمونه‌ای پتر عضو دارد؟
(ب) پیشامد آنکه دهر دو سکه رو و تاس زوج باشد را تشکیل دهید.
(پ) پیشامد آنکه دهر دو سکه پشت یا تاس ۵ بیاید را تشکیل دهید.

EX (مثال کتاب) فرض کنید خانواده‌ای ۳ فرزند دارد. در هر مورد از موارد زیر، پیشامد را به صورت یک مجموعه نشان دهید.
(الف) پیشامد اینکه دقیقاً یک دختر در این خانواده متولد شده باشد.
(ب) پیشامد اینکه حداقل یک دختر در خانواده متولد شده باشد.
(پ) پیشامد اینکه تعداد فرزندان پسر و دختر برابر باشند.
(ت) پیشامد اینکه تعداد فرزندان پسر از دختر بیشتر باشد.

EX (مثال کتاب) دو پیشامد ناسازگار اگر نتوانند باهم رخ دهند. در واقع اشتراک آن‌ها تهی است. در نتیجه احتمال اشتراکشان (همزمان) صفر است.
 $A \cap B = \emptyset \rightarrow P(A \cap B) = 0$

T احتمال قهرمانی پرسپولیس در لیگ برتر، $\frac{1}{6}$ و همین احتمال برای استقلال $\frac{1}{4}$ است. چقدر احتمال دارد یکی از این دو تیم قهرمان لیگ شوند؟
 $\frac{1}{8} (۱) \quad \frac{1}{5} (۲) \quad \frac{3}{7} (۳) \quad \frac{4}{5} (۴)$

قوانین احتمال قوانین جبری فصل احتمال، کنی قوانین مهم‌هاست (پهرا؟)

۱ $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
۲ $P(A') = 1 - P(A)$
۳ $P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$
۴ $P(A' \cap B') = 1 - P(A \cup B)$
۵ $P(A' \cup B') = 1 - P(A \cap B)$

دگرگان

پیشامدهای ناسازگار دو پیشامد ناسازگار اگر نتوانند باهم رخ دهند. در واقع اشتراک آن‌ها تهی است. در نتیجه احتمال اشتراکشان (همزمان) صفر است.
 $A \cap B = \emptyset \rightarrow P(A \cap B) = 0$

T احتمال قهرمانی پرسپولیس در لیگ برتر، $\frac{1}{6}$ و همین احتمال برای استقلال $\frac{1}{4}$ است. چقدر احتمال دارد یکی از این دو تیم قهرمان لیگ شوند؟
 $\frac{1}{8} (۱) \quad \frac{1}{5} (۲) \quad \frac{3}{7} (۳) \quad \frac{4}{5} (۴)$

EX (تمرین کتاب) یک فروشگاه دو نوع کارت اعتباری A و B را می‌پذیرد. اگر ۳۴ درصد از مشتریان کارت نوع A و ۶۲ درصد کارت نوع B و ۵۸ درصد هر دو کارت را همراه داشته باشند، چقدر احتمال دارد مشتریان با در اختیار داشتن حداقل یکی از این دو کارت از این فروشگاه فرید کنند؟

مراقب یعنی اجتماع

فرمول احتمال احتمال رفتار پیشامد A میشود $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$ ، $0 \leq P(A) \leq 1$

EX (مثال کتاب) هر یک از اعداد دو رقمی را که با ارقام ۲، ۳، ۴ و ۵ بدون تکرار رقم می‌توان ساخت را روی یک کارت می‌نویسیم و آن‌ها را در کیسه‌ای قرار می‌دهیم. سپس یک کارت برمی‌داریم. اگر پیشامدهای A و B را به ترتیب «فاز شدن عدد زوج» و «فاز شدن عدد فرد» تعریف کنیم، شانس رفتار کدام پیشامد بیشتر است؟

تعداد کل اعداد، تعداد اعداد زوج و تعداد اعداد فرد



EX (مثال کتاب درسی) در جعبه‌ای ۴ مهره آبی و ۳ مهره قرمز وجود دارد. اگر از این جعبه ۳ مهره به تصادف خارج کنیم، چقدر احتمال دارد: (الف) هر سه مهره آبی باشند. (ب) هر سه مهره هم‌رنگ باشند. (پ) دقیقاً ۲ مهره هم‌رنگ باشند. (ت) حداقل ۱ مهره قرمز خارج شود.

ماهی انقلاب با ترکیب اینها همیشه...

۱۷

EX (مثال کتاب) اگر دو تاس را با هم بیندازیم، چقدر احتمال دارد: (الف) هر دو تاس زوج باشد؟ (ب) مجموع ۲ تاس ۸ یا هر دو تاس باشد؟ (ت) حاصل ضرب ۲ عدد رو شده ۱۲ باشد؟

مجموع دو تاس کسترهای بین ۲ تا ۱۲ رو دارم

۱۹

EX (تمرین کتاب) می‌خواهیم از بین ۳ دانش‌آموز کلاس دهم رشته ریاضی و ۲ دانش‌آموز دهم رشته تجربی یک تیم دو نفره تنیس روی میز انتخاب کنیم. اگر این عمل به تصادف صورت گیرد، چقدر احتمال دارد: (الف) هر دو نفر، از دانش‌آموزان کلاس دهم ریاضی باشند؟ (ب) هر دو نفر، هم رشته باشند؟ (پ) ۱ نفر از رشته ریاضی و ۱ نفر از رشته تجربی باشد؟

۲۱

EX خانواده‌ای دارای ۳ فرزند است. احتمال آن که دقیقاً ۲ فرزند خانواده دختر باشد را به دست آورید.

فضای نمونه‌ای ۲ به توان ۳ می‌باشد

۲۳

EX (تمرین کتاب) اگر ۷ نفر که دو نفر آن‌ها برادرند، به تصادف در یک ردیف قرار بگیرند، چقدر احتمال دارد: (الف) دو برادر کنار یکدیگر نیاشند؟ (ب) یکی از آن‌ها در ابتدای ردیف و دیگری در انتهای ردیف قرار بگیرند؟

چاکشت اون ۷ نفر میشه تعداد فضای نمونه‌ای! قسمت الف فعل منفی داره یار منم بیفت...

۱۸

EX (مثال کتاب) اگر حروف کلمه "پوناگری" را به تصادف کنار هم قرار دهیم، چقدر احتمال دارد که: (الف) حرف «ی» آخر باشد؟ (ب) دو حرف «ی» و «ر» کنار هم باشند؟ (پ) با حرف «ج» شروع شود و به حرف «ی» ختم شود؟

پوناگری از ۸ حرف متمایز تشکیل شده

۲۰

EX (امتحانات سال گذشته) دو تاس را با هم پرتاب می‌کنیم. احتمال اینکه: مجموع دو تاس کمتر از ۱۵ باشد چقدر است؟

EX (امتحانات سال گذشته) در جعبه‌ای ۷ مهره سفید و ۵ مهره سیاه و ۲ مهره قرمز موجود است. به تصادف ۴ مهره از آن بیرون می‌آوریم. با کدام احتمال یک مهره قرمز و حداقل ۲ مهره سفید خارج شده است؟

۲۲

EX از جعبه‌ای که شامل ۵ مهره سبز، ۴ مهره آبی و ۲ مهره زرد می‌باشد، ۳ مهره به تصادف خارج می‌کنیم. مطلوب است احتمال آنکه: (۱) هر سه سبز باشند. (۲) هر سه هم رنگ باشند. (۳) فقط دو مهره آبی باشد.

۲۴



EX یک تاس را دو بار می‌اندازیم. چقدر احتمال دارد مجموع دو تاس ۸ یا دقیقاً یکی از دو عدد رو شده برابر ۵ باشد؟

با یمنی اجتماع!

۲۵

T حروف کلمه SARDAR را کنار هم قرار می‌دهیم. با کدام احتمال، حروف یکسان کنار هم قرار می‌گیرند؟ $\frac{1}{8}(1)$ $\frac{4}{15}(2)$ $\frac{2}{15}(3)$ $\frac{4}{15}(4)$

پایکشت کن میشه تعداد فاکتوریل تقسیم بر تکرار فاکتوریل!

۲۶

T تاسی را رها می‌کنیم. اگر عدد اول آید ۲ سکه و اگر عدد غیر اول آید ۱ سکه پرتاب می‌کنیم. با کدام احتمال لااقل یک بار پشت سکه دیده می‌شود؟ $\frac{5}{9}(1)$ $\frac{4}{9}(2)$ $\frac{5}{8}(3)$ $\frac{3}{4}(4)$

مسئله رو حالت پدری کن!

۲۷

تست‌های درس اول 100%
T خانواده ای دارای ۴ فرزند است. اگر A پیشامد آن باشد که دو فرزند اول خانواده دختر باشند و B آن باشد که فرزند سوم پسر باشد، پیشامد $A'UB'$ چند عضو دارد؟ $9(1)$ $12(2)$ $13(3)$ $14(4)$

از دهم‌گان برو. لازم نیست همه حالاتو بنویسی!

۲۸

T از ۱۲ پرسش موجود، می‌خواهیم به طور تصادفی ۱۰ پرسش را جهت پاسخگویی انتخاب کنیم. احتمال آن که حداقل ۵ پرسش از پرسش‌های با شماره‌ی زوج انتخاب شود، کدام است؟ (پرسش‌ها از یک تا ۱۲ شماره گذاری شده‌اند). $\frac{13}{22}(1)$ $\frac{17}{22}(2)$ $\frac{53}{66}(3)$ $\frac{37}{66}(4)$

از ده تا انتخاب حداقل باید ۵ تا زن از ۶ سوال زوج باشد!

۲۹

T می‌خواهیم با کنار هم قرار دادن حروف کلمه ی DYNAMICS به طور تصادفی کلمات هشت حرفی بدون تکرار حروف تولید کنیم. احتمال آنکه کلمه تولید شده با حرف A شروع نشود و حروف کلمه MIC سه حرف آخر آن باشد، کدام است؟ $\frac{1}{70}(1)$ $\frac{7}{60}(2)$ $\frac{3}{70}(3)$ $\frac{3}{35}(4)$

واسه اولین حرف ۵ تا انتخاب داریم!

۳۰

T می‌خواهیم ۴ زوج (زن و شوهر) را در یک ردیف به طور تصادفی کنار هم بنشانیم. احتمال آنکه هر زوج (زن و شوهر) دقیقاً کنار هم بنشیند، کدام است؟ $\frac{1}{81}(1)$ $\frac{1}{9}(2)$ $\frac{1}{105}(3)$ $\frac{1}{110}(4)$

T اگر $P(A) = \frac{1}{3}$ ، $P(B') = \frac{2}{3}$ و A و B دو پیشامد ناسازگار باشند، حاصل $P(A \cup B)$ کدام است؟ $\frac{7}{12}(1)$ $\frac{5}{12}(2)$ $\frac{7}{10}(3)$ $\frac{2}{11}(4)$

ناسازگار یعنی اشتراکشون تهی هستش!

۳۱

۳۲



T پنج نفر که دو نفر آنها خواهر یکدیگرند، به تصادف در یک ردیف می‌ایستند. احتمال آن که دو خواهر در اول و آخر ردیف قرار گرفته باشند، کدام است؟

$\frac{1}{10}(4)$ $\frac{3}{10}(3)$ $\frac{3}{20}(2)$ $\frac{1}{20}(1)$

دو تا خواهر را رو بیکدیگر بکن!

۳۳

T در یک خانواده با ۶ فرزند، احتمال آن که فقط یک فرزند دختر داشته باشیم، چقدر است؟

$\frac{5}{8}(4)$ $\frac{5}{32}(3)$ $\frac{3}{16}(2)$ $\frac{3}{32}(1)$

۳۴

T از بین ۷ نفر که علی و احمد هم جزء آن‌ها هستند، ۴ نفر را انتخاب می‌کنیم. تعداد اعضای پیشامدی از فضای نمونه که علی انتخاب شده باشد ولی احمد انتخاب نشده باشد، کدام است؟

$12(4)$ $8(3)$ $10(2)$ $5(1)$

کلیف ۲ نفر مشخص، شرم!

۳۵

T از بین ۵ مهره قرمز، ۳ مهره آبی و ۴ مهره سبز، ۳ مهره به تصادف با هم انتخاب می‌کنیم. احتمال آن که حداقل ۲ مهره هم‌رنگ باشند، کدام است؟

$\frac{3}{4}(4)$ $\frac{1}{4}(3)$ $\frac{8}{11}(2)$ $\frac{3}{11}(1)$

کلمه حداقل، اوهر یار مهم نیست!

۳۶

T کدام یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟
(۱) هر پیشامد از فضای نمونه ای S زیرمجموعه ای از S است.

(۲) دو پیشامد $A \cap B$ و $A - B$ ناسازگارند.

(۳) برای دو پیشامد دلخواه A و B داریم: $P((A \cup B)') = 1 - P(A \cap B)$

(۴) اگر یک تاس و یک سکه سالم را به طور همزمان پرتاب کنیم فضای نمونه ای آن ۱۲ عضو دارد.

۳۷

T در پرتاب یک تاس اگر پیشامدهای «رو شدن عدد فرد»، «رو شدن عدد کوچک تر از ۳» و «رو شدن عدد زوج کوچک تر از ۴» را به ترتیب از راست به چپ A ، B و C بنامیم، آن گاه پیشامد آن که «عدد رو شده اول باشد» معادل کدام گزینه است؟

$(A \cup B) - C(4)$ $A \cap B \cap C(3)$ $(A - B) \cup C(2)$ $(A \cup C) - B(1)$

۳۸

T یک سکه را پرتاب می‌کنیم. اگر «رو» بیاید، دو سکه و اگر «پشت» بیاید، یک تاس را می‌اندازیم. پیشامد آن که حداقل یکی از سکه‌ها «پشت» بیاید، چند زیرمجموعه دارد؟

$64(4)$ $128(3)$ $256(2)$ $512(1)$

تعداد زیرمجموعه میشه ۲ به توان تعداد اعضا

T دو رأس از یک ۸ ضلعی انتخاب می‌شود. احتمال آن که این دو رأس مجاور باشند، کدام است؟

$\frac{1}{5}(4)$ $\frac{1}{6}(3)$ $\frac{4}{7}(2)$ $\frac{9}{28}(1)$

به اعضای پیر پشت رأس مجاور داره!

۴۰

۳۹



T حسن و حسین در کنار ۷ نفر دیگر در یک ردیف ایستاده اند. با کدام احتمال حسن و حسین کنار هم قرار نگرفته اند؟
 $\frac{7}{13}(1)$ $\frac{5}{13}(2)$ $\frac{4}{9}(3)$ $\frac{7}{9}(4)$ ✓

T در جعبه ای n مهره وجود دارد که ۳ تای آن ها آبی و بقیه سفید هستند. دو مهره از جعبه خارج می کنیم. اگر احتمال آن که هر دو سفید باشند برابر $\frac{1}{7}$ باشد، مقدار n کدام است؟
 $8(1)$ $6(2)$ $5(3)$ $7(4)$ ✓

۴۱

۴۲

T از جعبه ای شامل ۵ مهره آبی و ۴ مهره قرمز، ۳ مهره به طور متوالی و بدون جایگذاری خارج می کنیم. به چه احتمالی مهره اول و سوم آبی می باشد؟
 $\frac{7}{18}(1)$ $\frac{5}{18}(2)$ $\frac{10}{63}(3)$ $\frac{1}{3}(4)$ ✓

هارج کردن چارمهره باهم = هارج کردن چار مهره پشت سر هم و بدون جایگذاری!

۴۳

۴۴



مقدمت علم آمار آمار، مجموعه ای از اعداد، ارقام و اطلاعات است.
علم آمار مجموعه روش هایی است برای جمع آوری داده ها، سازماندهی، نمایش و تفسیر آن ها است که منجر می شود به قضاوت و پیش بینی مناسب در مورد آزمایش های تصادفی.
جامعه (جمعیت) می شود مجموعه تمام افراد یا اشیایی که درباره یک یا چند ویژگی آن ها تحقیق صورت می گیرد. هر یک از این افراد یا اشیاء را عضو جامعه می نامیم.
اندازه یا حجم جامعه تعداد اعضای یک جامعه را می گویند. برای مثال دانش آموزان یک مدرسه می توانند یک جامعه به حساب بیایند که تعداد آن ها، حجم این جامعه است.

۴۵

نمونه بخشی از جامعه که برای مطالعه انتخاب می شوند. هر یک از افراد یا اشیاء انتخاب شده را عضو نمونه می گویند.
نکته عمل نمونه گیری باید با دقت انجام شود. نمونه ای مناسب است که ۱۰۰ شانس حضور همه ی اعضای جامعه در آن یکسان باشد. ۲) انتخاب ما کاملاً تصادفی باشد. (یعنی انتخاب از اعضای خاصی نباشد)
اندازه یا حجم نمونه تعداد اعضای یک نمونه را می گویند.

۴۶

T قرار است میزان علاقه خانم ها به ورزش شنا را مورد تجزیه و تحلیل قرار دهیم. کدام نمونه گیری برای بررسی این مورد مناسب است؟
 (۱) انتخاب خانم های فامیل
 (۲) انتخاب خانم هایی از چند شهر کشور
 (۳) انتخاب خانم های تهرانی
 (۴) انتخاب خانم های ورزشکار
نکته اندازه ی نمونه کوچکتر یا مساوی اندازه ی جامعه است.
نکته برای بدست آوردن اطلاعات اعضای یک جامعه دو روش وجود دارد:
 (۱) اگر حجم جامعه بزرگ باشد از نمونه گیری استفاده می کنند. (اندازه نمونه از جامعه کمتر)
 (۲) اگر حجم جامعه کوچک باشد از سرشماری استفاده می کنند. (اندازه نمونه مساوی جامعه)
 سرشماری فرآیندی زمان گیر، هزینه بر و انرژی گیر است.

۴۷

EX (تمرین کتاب) شکل زیر یک جامعه فرضی را نشان می دهد که اعضای آن را با شماره های ۱ تا ۲۰ مشخص کرده ایم. همچنین اعضای نمونه با خط آبی رنگ انتخاب شده اند. به سوالات زیر پاسخ دهید:
 الف) اندازه جامعه چه عددی است؟
 ب) اندازه نمونه انتخابی چه عددی است؟
 پ) اعضای نمونه انتخابی را بنویسید؟

۴۸



EX کارخانه ای در طول یک هفته ۴۰۰۰۰ لامپ تولید کرده است. به منظور مشخص کردن سالم یا معیوب بودن لامپ های تولید شده در این هفته، ۵۰۰ لامپ به تصادف انتخاب می شوند. جدول زیر را کامل کنید.

جامعه	اندازه جامعه	نمونه	اندازه نمونه	عضو جامعه

۴۹

EX (تمرین کتاب) کدام جمله درست و کدام جمله نادرست است؟
 الف) اندازه جامعه کمتر از اندازه نمونه است.
 ب) اعضای نمونه، همان اعضای جامعه است.
 پ) نمونه، زیرمجموعه ای از جامعه است.

۵۰

T کدام جمله درست است؟
 (۱) نمونه همواره همان جامعه است.
 (۲) در سرشماری نفوس باید کل جامعه را در نظر بگیریم. ✓
 (۳) در هر بررسی آماری باید از جامعه استفاده کنیم.
 (۴) حجم نمونه با حجم جامعه برابر است.

۵۱

جمع آوری داده ها برای جمع آوری داده ها به منظور نمونه گیری ۴ راه زیر پیش پای ماست :

۱ پرسش در این روش به صورت شفاهی یا کتبی از اقرار سوال و تحقیق می کنیم.

EX مانند مصوب ترین شهر ایران برای مسافرت.

۲ آزمایش در این روش مقدار متغیر را اندازه گیری می کنیم. (نمونه ها رو دونه دونه آزمایش می کنیم).

EX مانند گروه فونی کلمنتران بانک فلان شعبه .

۳ داده های از پیش تهیه شده در این روش به اطلاعات مرکز آمار مراجعه می کنیم!

EX مانند میانگین درصد ریاضی تهرانی ها در کنکورهای ده سال اخیر!

۵۲

۴ مشاهده و ثبت در این روش می بینیم و یادداشت می کنیم. یا خودمان یا یک شخص دیگر...

EX مانند تعداد ماشین های عبوری از پل فرخ قمرز چهارراه پارک وی در یک روز!

۵۳

تست های درس دوم 100% For

T در رابطه با موضوع زمان تأخیر دانش آموزان یک دبیرستان، زمان تأخیر ۳۰ دانش آموز را بررسی کردند. در این موضوع جامعه آماری، متغیر و نمونه به ترتیب کدام اند؟
 (۱) کل دانش آموزان دبیرستان - فاصله منزل تا دبیرستان - دانش آموزان یک کلاس
 (۲) ۳۰ دانش آموز موردنظر - زمان تأخیر دانش آموزان - کل دانش آموزان دبیرستان
 (۳) دانش آموزان یک کلاس - فاصله منزل تا دبیرستان - کل دانش آموزان دبیرستان
 (۴) کل دانش آموزان دبیرستان - زمان تأخیر دانش آموزان - ۳۰ دانش آموز موردنظر ✓

۵۴

T در یک کارخانه تولیدی کل قطعات تولید شده در یک ماه ده هزار قطعه است. برای بررسی کیفیت قطعات ماه اردیبهشت ۲۰۰ قطعه از قطعات تولیدی آن ماه به تصادف انتخاب کرده ایم. به ترتیب اندازه نمونه کدام است و چند درصد از حجم جامعه در نمونه بررسی شده است؟
 (۱) ۲۰ و ۱۰۰۰۰ (۲) ۲۰ و ۲۰۰ (۳) ۱۰۰۰۰ و ۲ (۴) ۲۰۰ و ۲ ✓

۵۵

T نتایج حاصل از بررسی اعضای یک نمونه چه نام دارد؟
 (۱) داده (۲) سرشماری (۳) آزمایش (۴) مدل سازی

۵۶

T اگر اندازه نمونه با اندازه جامعه برابر باشد، آنگاه کدام بررسی انجام شده است؟
(۱) دسته بندی (۲) نمونه برداری (۳) استفاده از متغیر تصادفی (۴) سرشماری

۵۷



۵۸

متغیر و مقدارش

متغیر یک ویژگی از اعضای جامعه است که بررسی و مطالعه می شود. معمولاً متغیر یک عدد است و از عضوی به عضو دیگر تغییر می کند. مانند وزن بچه های کلاس عددی را که به یک متغیر نسبت داده می شود، مقدار متغیر می نامند.

انواع متغیرها

متغیرهایی که قابل اندازه گیری می باشند، مثلاً تعداد فرزندان یک خانواده و وزن آن ها متغیر کمی اند. متغیر کمی هم خود به ۲ دسته تقسیم می شود:
(الف) متغیر کمی پیوسته: متغیری است که اگر دو مقدار a و b را بتواند اختیار کند، هر مقدار بین آن ها نیز بتواند اختیار کند. مقدار آن از طریق اندازه گیری بدست می آید و طبیعتاً می تواند یک عدد اعشاری شود.

برای مثال وزن یک دانش آموز می تواند ۴۵، ۴۶ یا هر مقدار بین این دو باشد.

۵۹

(ب) متغیر کمی گسسته: متغیری است که پیوسته نباشد، مقدار آن بوسیله اندازه گیری و از طریق شمارش بدست می آید و طبیعتاً فقط می تواند مجموعه اعداد حسابی را اختیار کند... برای مثال تعداد فرزندان یک خانواده یک متغیر کمی گسسته است.

متغیر کیفی

متغیرهایی اند که قابل اندازه گیری نمی باشند، مثلاً گروه خونی افراد و پاسخ سوال «میزان لذت بردن از آشپزی» متغیرهایی کیفی اند. این متغیر نیز خودش دو نوع دارد.
(الف) متغیر کیفی ترتیبی: متغیری است که در آن نوعی ترتیب طبیعی وجود داشته باشد. برای مثال سطح تحصیلات (دیپلم، کارشناسی، کارشناسی ارشد، دکتری).
(ب) متغیر کیفی اسمی (غیر ترتیبی): متغیری کیفی است که ترتیبی نیست، پس طبیعتاً دارای ترتیب طبیعی ای نمی باشد.
برای مثال جنسیت (مرد و زن) یا رنگ لباس های یک فروشگاه.

۶۰

EX (تمرین کتاب) نوع هر متغیر را بنویسید.

(الف) میزان بارندگی بر حسب سانتی متر در یک شهر

(ب) نوع بارندگی (باران، برف)

(پ) تعداد شهرهایی که در یک روز هوای آفتابی دارند.

(ت) میزان دمای هوا

(ث) شدت آلودگی هوا (زیاد، متوسط، کم)

(ج) انواع وضعیت هوا (آفتابی، ابری، بارانی، برفی)

(چ) شدت بارندگی (زیاد، متوسط، کم)

۶۱

EX فرض کنید وزن شخصی ۶۰ کیلوگرم و قد او ۱۷۰ سانتی متر باشد

(۱) شاخص توده بدن این شخص را حساب کنید.

شاخص توده بدنی یا همون bmi همیشه نسبت وزن به مربع قد (واحد SI)

۶۲

EX (تمرین کتاب) جدول زیر را کامل کنید.

متغیر	متغیر کیفی	متغیر کمی	متغیر پیوسته	متغیر ترتیبی	متغیر اسمی
سن					
نمره ریاضی نهم					
چشمیت (رشته، پسر)					
قد					
وزن					
میزان هوش (هوش بالا، متوسط، رو به پایین)					
میزان رضایت در مدرسه (بسیار، متوسط، ضعیف)					
شاقص توره پرن					

۶۳

EX (امتحانات سال گذشته) نوع هر متغیر را مشخص کنید.

(الف) میزان تمصیلات
(ب) تعداد طبقات یک ساختمان

(پ) گروه فونی افراد
(ت) زمان تأثیر یک دارو

۶۴



EX نوع هر یک از متغیرهای زیر را مشخص کنید.
(۱) تعداد کالاهای سالم تولید شده در یک کارخانه (۲) قد افراد (۳) شدت صوت

EX نوع هر یک از متغیرهای زیر را معلوم کنید.
(۱) میزان بارندگی بر حسب سانتی متر (۲) نوع بارندگی (برف، باران، تگرگ)
(۳) تعداد شهرهای بارانی (۴) میزان دمای شهر
(۵) انواع وضعیت هوا (آفتابی، بارانی، برفی، ابری) (۶) شدت بارندگی (زیاد، کم، متوسط)

۶۵

۶۶

T کدام متغیر کمی است؟
(۱) نوع آلودگی در هوای شهری (۲) دروس کلاس دهم
(۳) سرعت اتومبیل در یک بزرگراه (۴) دانش آموزان بیمار یک کلاس

T نوع کدام متغیر با سایرین متفاوت است؟
(۱) فشار خون (۲) طول عمر (۳) گنجایش یک مخزن (۴) ماه های سال
سلام! ۱ هوای؟ حال ممکن معلم ریاضت انقدر خوبه ها!!

۶۷

۶۸

For 100% تست های درس سوم
T چه تعداد از متغیرهای زیر کمی گسسته هستند؟
الف: گروه خونی افراد
ب: باقیمانده تقسیم اعداد طبیعی در تقسیم بر ۱۰۰
ج: سرعت اتومبیل
د: معدل دانش آموزان دبیرستان
(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳
باقی مونده های تقسیم به عدد ۵ همیشه اعداد طبیعی از صفر تا $N-1$..

T هر یک از متغیرهای «شاخص توده بدن افراد یک کلاس»، «نوع شغل افراد یک جامعه» و «درجه اشخاص در ارتش» به ترتیب چه نوع کمیتی هستند؟
(۱) کمی پیوسته، کیفی ترتیبی، کمی گسسته
(۲) کیفی اسمی، کیفی ترتیبی، کیفی ترتیبی
(۳) کمی پیوسته، کیفی اسمی، کیفی ترتیبی
(۴) کیفی اسمی، کیفی اسمی، کمی گسسته

T کدام متغیر به ترتیب کیفی اسمی و کمی پیوسته است؟
(۱) نام اتومبیل - ماه های سال (۲) نام اتومبیل - درجه حرارت بدن
(۳) سطح تحصیلات - میزان بارندگی (۴) سطح تحصیلات - درجه حرارت بدن

T میزان مطالعه یک دانش آموز در طول هفته چه نوع متغیری است؟
(۱) کمی پیوسته (۲) کمی گسسته (۳) کیفی اسمی (۴) کیفی ترتیبی
جواب: «میزان» چه؟ کم، متوسط و زیاد... فب؟ گروه؟ کزنس؟ جواب:

۶۹

۷۰



T مدل گوشی همراه چه نوع متغیری است؟
(۱) کمی پیوسته (۲) کمی گسسته (۳) کیفی اسمی (۴) کیفی ترتیبی

نظم خاصی ندارد و به قول ما لرا هرمنس!

۷۳

T میزان آلودگی هوا کدام نوع متغیر است؟
(۱) کمی گسسته (۲) کمی پیوسته (۳) کیفی ترتیبی (۴) کیفی اسمی

۷۵

T میزان هزینه‌های یک خانواده در ماه چه نوع متغیر تصادفی است؟
(۱) کمی گسسته (۲) کمی پیوسته (۳) کیفی ترتیبی (۴) کیفی اسمی

۷۴



۷۶