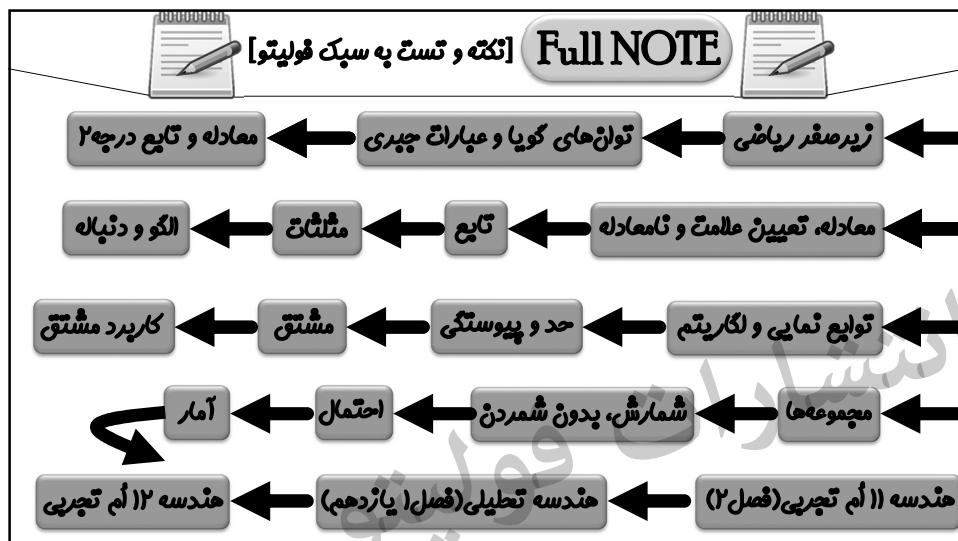


**پیش نیازها:** زیر صفر + توان های گویا  
عبارات جبری + معادله و تابع درجه ۲

# معادلات و نامعادلات

Equations  
 $x = 4 + 8$   
Inequalities  
 $1 - 1 > 4 - 6$   
Function  
 $y = 3x - 2$



**معادله گویا**

جمع و تفریق چند عبارت گویا

$$\frac{x}{10} + \frac{1}{x-1} = \frac{x+1}{2x-2} \rightarrow \frac{x}{10} + \frac{1}{x-1} - \frac{x+1}{2(x-1)} = 0 \rightarrow 10(x-1) \cdot \frac{x}{10} + 10(x-1) \cdot \frac{1}{x-1} - 10(x-1) \cdot \frac{x+1}{2(x-1)} = 0$$

$$\rightarrow \frac{x^2 - x + 10 - 5x - 5}{10(x-1)} = 0 \rightarrow \frac{x^2 - 6x + 5}{10(x-1)} = 0 \rightarrow \begin{cases} x=1 \text{ (X)} \\ x=5 \text{ (✓)} \end{cases}$$

روش حل: همه ی عبارات یک طرف ← مخرج مشترک ← صورت برابر صفر ← فاینال چک!

روانش حل: همه ی عبارات یک طرف ← مخرج مشترک ← صورت برابر صفر ← فاینال چک!

پایان راه های درست آمده را چک میکنیم تا مخرج کسری را صفر نکلند!

**FINAL CHECK**

**معادلات و نامعادلات**

۱. یازدهم معادلات گویا

۲. یازدهم معادلات گنگ

۳. دهم تعیین علامت

۴. دهم نامعادلات

بودجه بندی این فصل در کنکور: رشته ریاضی (اسوال) | رشته تجربی (۲ سوال)

**T** ریشه کوچک تر معادله  $\frac{2x-1}{x^2-1} + \frac{x-2}{x^2+x-2} = \frac{6x}{x^2+3x+2}$  کدام است؟

$\frac{2}{3}(1) \checkmark$   $-\frac{1}{3}(4)$   $\frac{1}{3}(3)$   $-\frac{2}{3}(2)$

**A**

**T** حاصل ضرب جواب های معادله  $\frac{2x}{x-2} + \frac{x+3}{x+2} = \frac{a}{x^2-4}$  برابر با  $-\frac{2}{3}$  است. قدرمطلق تفاضل جواب ها کدام است؟  $\frac{5}{3}(1)$   $\frac{3}{5}(3)$   $\frac{7}{3}(2) \checkmark$   $\frac{3}{7}(4)$

**A**

**T** اگر  $x=4$  یک ریشه از معادله  $\frac{5}{x+6} = 2 - \frac{a}{x+2}$  بوده و  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه های دیگر آن باشد، حاصل  $\alpha\beta^{-2} + \alpha^{-2}\beta$  کدام است؟  $\frac{-61}{400}(1) \checkmark$   $\frac{59}{400}(2)$   $\frac{-59}{400}(3)$   $\frac{61}{400}(4)$

**A**

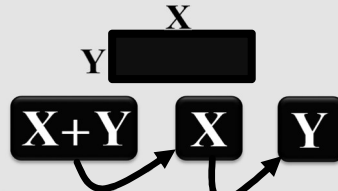
**کاربرد معادلات گویا**

۱ شعبون تو A ساعت  
رمضون تو B ساعت  
باهم در H ساعت

$\frac{1}{H} = \frac{1}{B} + \frac{1}{A}$

مehوش یک انباری را به تنهایی در ۷ ساعت رنگ می کند. اگر با پرویش دونفره با هم کار کنند، انباری را در ۶ ساعت رنگ می کند. اگر پرویش به تنهایی کار کند، چند ساعته انباری را رنگ می زند؟

**۲ مستطیل طلایی** متناسب ترین مستطیل در دنیای ریاضیات که نسبت طول به عرضش برابر  $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$  (مردور ۱.۶۲) می باشد که به این نسبت، نسبت طلایی گفته می شود:



$$\frac{X+Y}{X} = \frac{X}{Y}$$

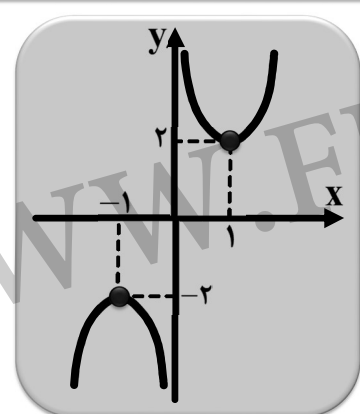
$Y=1 \rightarrow \frac{X+1}{X} = \frac{X}{1} \rightarrow X^2 - X - 1 = 0 \rightarrow X = \frac{1-\sqrt{5}}{2} \otimes X = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$

**T** اگر محیط یک مستطیل  $16+8\sqrt{5}$  باشد و نسبت طلایی در این مستطیل برقرار باشد. اختلاف طول و عرض این مستطیل کدام است؟  $\checkmark$  (۱) ۴ (۲) ۲ (۳) ۸ (۴)  $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$

**A**

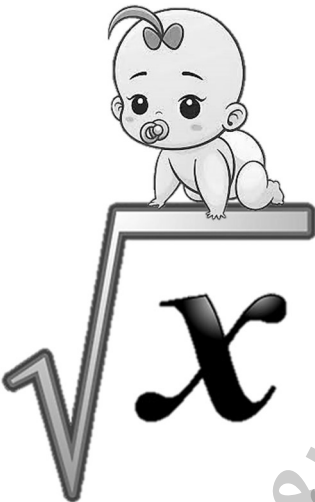
**همه چیز درباره  $f(x) = x + \frac{1}{x}$**

- ۱ if  $x > 0 \leftrightarrow x + \frac{1}{x} \geq 2$
- ۲ if  $x < 0 \leftrightarrow x + \frac{1}{x} \leq -2$
- ۳ if  $x = 1 \leftrightarrow x + \frac{1}{x} = 2$
- ۴ if  $x = -1 \leftrightarrow x + \frac{1}{x} = -2$



**T** مجموع جواب های حقیقی معادله  $x^2 - 2x - \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2} - 1 = 0$  کدام است؟  $\checkmark$  (۱) ۲ (۲) -۲ (۳)  $\frac{3}{x^2}$  (۴) معادله جواب حقیقی ندارد.

**A**



مراحل حل معادلات گنگ

۱. یاد دهم: معادلات گویا
۲. یاد دهم: معادلات گنگ
۳. دهم: تعیین علامت
۴. دهم: نامعادلات

نامعادلات و معادلات

معادله گنگ

مجموعات زیر، ادیکالین

طرفین به توان فرجه، ادیکال

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{2x+5} = 1 \rightarrow \sqrt{x+6} = \sqrt{2x+5} + 1$$


$$x+6 = 2x+5 + 2\sqrt{2x+5} + 1 \rightarrow -x = 2\sqrt{2x+5} \rightarrow x^2 = 8x+20$$

$$\rightarrow x^2 - 8x - 20 = 0 \rightarrow (x-10)(x+2) = 0 \rightarrow \begin{cases} x=10 \text{ (X)} \\ x=-2 \text{ (✓)} \end{cases}$$

روش حل: ادیکالو تنها کن ← به توان فرجه، ادیکال برسون ← فاینال چک!

چک کن که آیا جواب های درست آمده در معادله اصلی صدق می کنند؟

**FINAL CHECK**



T اگر  $x=4$  یکی از جواب های معادله  $x+a=\sqrt{5x-x^2}$  باشد، جواب دیگر آن کدام است؟

۱)  $\frac{1}{2}$     ۲) ۲    ۳) ۳    ۴) ✓ جواب دیگری ندارد.

A

T مجموع جواب های معادله  $\sqrt{2-x}-4=x^2-4x$  کدام است؟

۱) ۴    ۲) ۱    ۳) ۲    ۴) ✓ ۳

A

**T** معادله  $\frac{1}{\sqrt{2-x}+2} - \frac{1}{2-\sqrt{2-x}} = \frac{2-x}{5\sqrt{2-x}}$  چند ریشه مثبت دارد؟ (تجربی خارج ۱۴۰۱)

۱(۲) ✓ صفر (۱) ۲(۳) ۳(۴)

**A**

**T** معادله  $\sqrt{2x-3} = \sqrt{x} + \sqrt{x-2} - \sqrt{2-x}$  چند ریشه حقیقی دارد؟ (تجربی دی ۱۴۰۱)

۱(۳) ۲(۲) ۳(۱) ۰(۴) ✓

**A**

**T** جواب معادله  $\sqrt{x}^2 = (3 - \sqrt{-x})^2$  در کدام بازه قرار می گیرد؟

۱(۲) ۲(۰, ۱) ۳(-۲, ۰) ۴(-۳, -۲) ✓

**A**

**خبر** عبارات بزرگتر یا مساوی صفر نرا (در تعیین علامت بی تاثیر نرا)

$\sqrt[n]{x} \geq 0$   $|x| \geq 0$   $(x)^2 \geq 0$

$y = ax^2 + bx + c$ , if  $\Delta \leq 0$  &  $a > 0 \rightarrow y \geq 0$

**توجه** اگر جمع چند فیار مساوی صفر باشه، باید تک تکلشون همزمان صفر باشن!

**T** معادله  $4\sqrt{x^2} - 4 + 2\sqrt{x^2} - 3x + 2 = 0$  چند ریشه دارد؟

(۱) دو ریشه با علامت های مختلف      (۲) چهار ریشه  
(۳) یک ریشه مثبت ✓      (۴) یک ریشه منفی

**A**

نامعادلات و معادلات

۱ یازدهم معادلات گویا

۲ یازدهم معادلات گنگ

۳ دهم تعیین علامت

۴ دهم نامعادلات

**علامت خط در شرایط مختلف**  $y = ax + b$

**a > 0**

**a < 0**

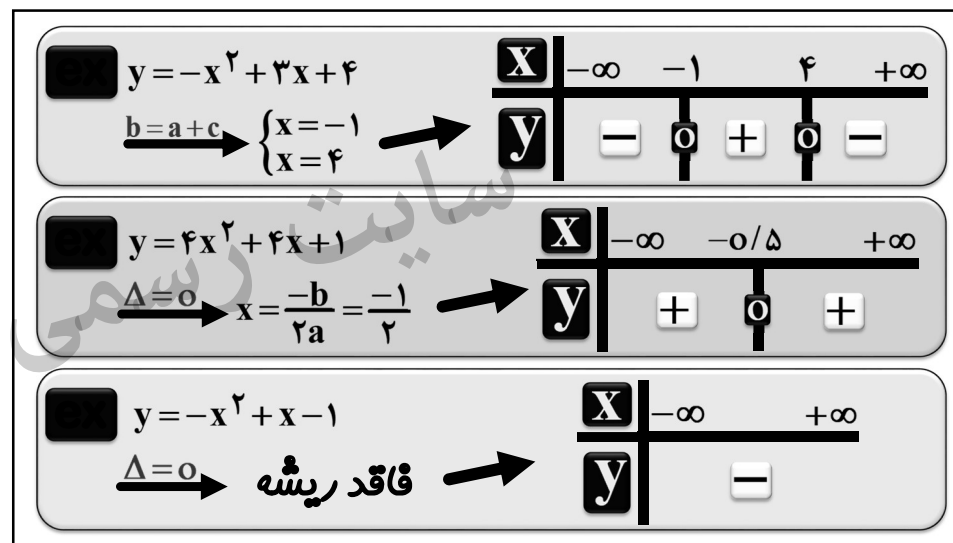
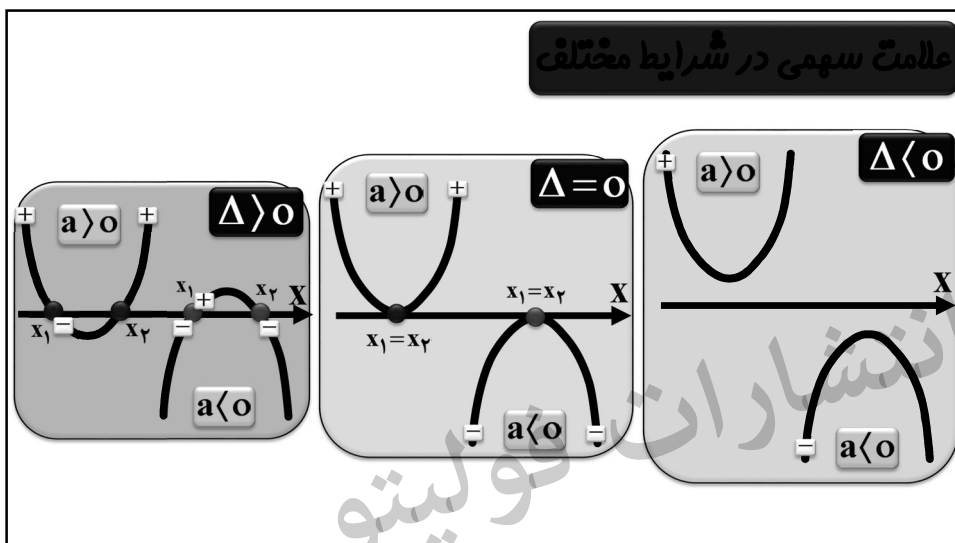
$y = -3x + 6$

$x = 2$

x	-∞	2	+∞
y	+	0	-

**T** عبارت  $A = b - \frac{2x}{3}$  برای مقادیر کمتر از  $\frac{1}{3}$  همواره مثبت و برای مقادیر بیشتر از  $\frac{1}{3}$  همواره منفی است. مقدار  $b$  و مقدار عبارت به ازای  $x = \frac{-1}{3}$  به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

(۱)  $\frac{1}{3}$  و  $\frac{-2}{3}$       (۲)  $\frac{-1}{3}$  و  $\frac{2}{3}$       (۳)  $\frac{-2}{3}$  و  $\frac{1}{3}$       (۴)  $\frac{1}{3}$  و  $\frac{2}{3}$  ✓



**T** اگر مجموعه جواب نامعادله  $-x^2 + bx - c \geq 0$  به صورت  $\{x: -3 \leq x \leq 1\}$  باشد، چند عدد صحیح در نابرابری  $(1-b)x^2 + 3x + 2c < 0$  صدق می کند؟ (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

**A**

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

**توجه**

تعیین علامت  $\frac{(ax+b)(cx+d)}{(cx+d)}$  شبیه تعیین علامت  $(ax+b)(cx+d)$  است، فقط با این تفاوت که مخرجش نباید صفر شود. همین!

$\frac{-x+2}{x+1} \geq 0$   $\xrightarrow{a \text{ منفیه، پس بین دو ریشه است که مثبت!}}$   $-1 < x \leq 2$

$\frac{x+3}{-3x+6} < 0$   $\xrightarrow{a \text{ منفیه، پس خارج دو ریشه است که منفیه!}}$   $x > 2$  یا  $x < -3$



**علامتگذار**  $a > 0$

۱ if  $x^2 \geq a^2 \leftrightarrow x \geq a$  or  $x \leq -a$     ۲ if  $x^2 \leq a^2 \leftrightarrow -a \leq x \leq a$

۳ if  $|x| \geq a \leftrightarrow x \geq a$  or  $x \leq -a$     ۴ if  $|x| \leq a \leftrightarrow -a \leq x \leq a$

$x^2 - 16 > 0 \rightarrow x^2 > 16 \rightarrow x > 4$  or  $x < -4$

$x^2 - 5 \leq 0 \rightarrow x^2 \leq 5 \rightarrow -\sqrt{5} \leq x \leq \sqrt{5}$

$|x| - 2 \geq 0 \rightarrow |x| \geq 2 \rightarrow x \geq 2$  or  $x \leq -2$

**روش کلی تعیین علامت**

برای تعیین علامت عبارتی شبیه  $\frac{\text{عدد}}{\text{عدد}}$ ، در یک جدول تک تک عوامل را تعیین علامت می‌کنیم و سپس علامت‌ها را در هم ضرب می‌کنیم.

در نهایت هواسمان باشد، عبارت کلی در ریشه‌های مخرج تعریف نمی‌شود.

$x=1$      $x=\pm 2$

$x^3=1$      $x^2=4$

$a = \frac{(-x^3+1)\sqrt{x^2-4}}{(x^2+3x-4)^3|x|} \geq 0$

$b = (-x^3+1)$      $c = (x^2+3x-4)^3|x|$

$(x+4)(x-1)$      $x=0$

$\begin{cases} x=-4 \\ x=1 \end{cases}$

X	$-\infty$	$-4$	$-2$	$0$	$1$	$2$	$+\infty$
a	+	+	+	+	0	-	-
b	+	+	0	-	-	0	+
c	+	0	-	-	0	+	+
A	+	+	0	+	+	0	-

$(-\infty, -4) \cup [-2, 2] - \{0, 1\}$

**انواع ریشه**

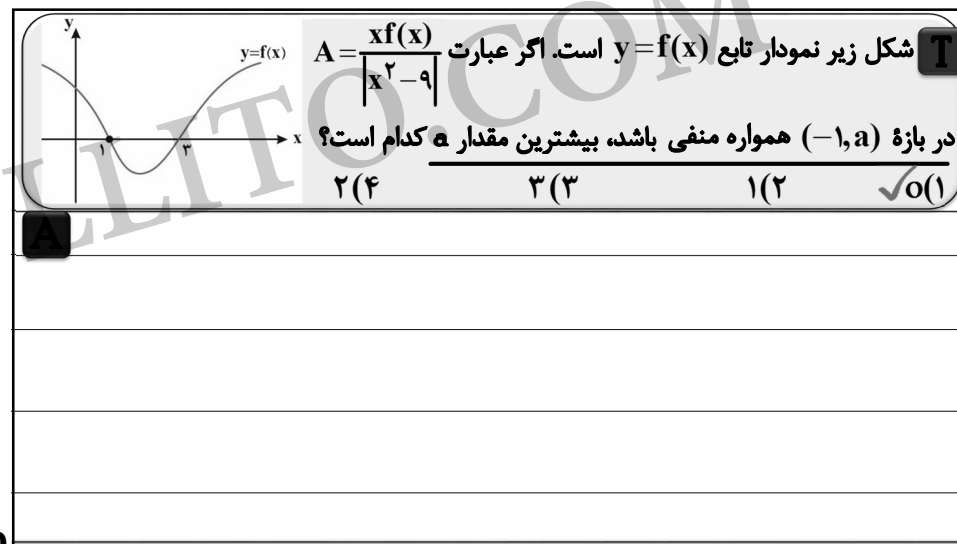
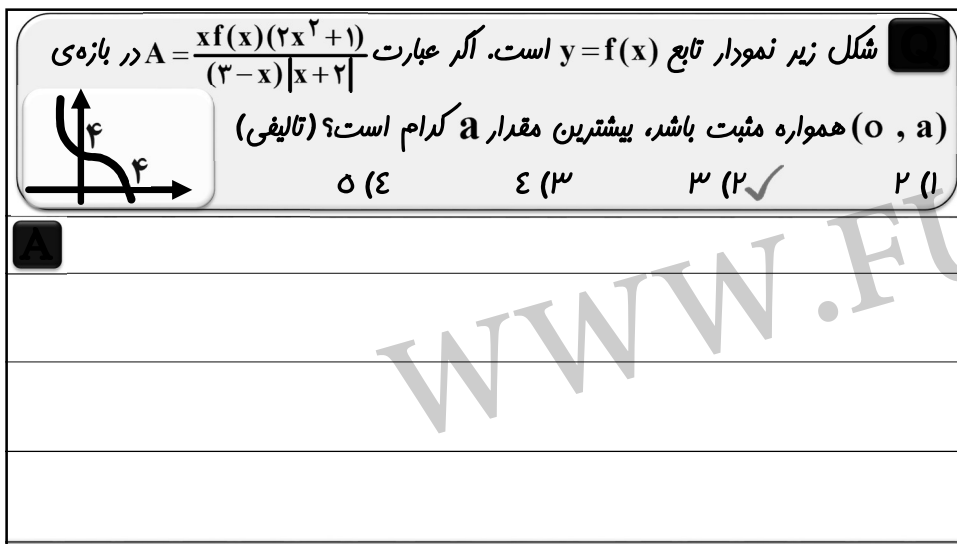
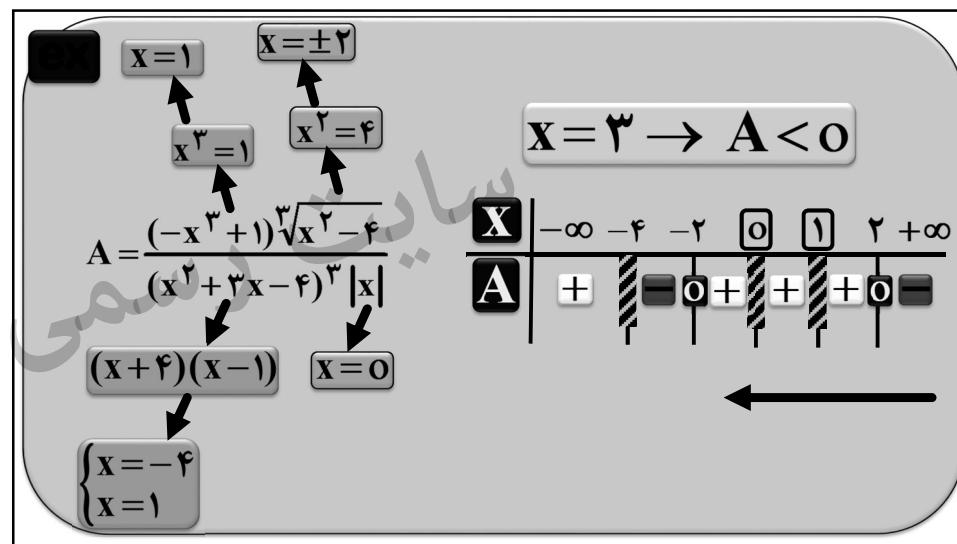
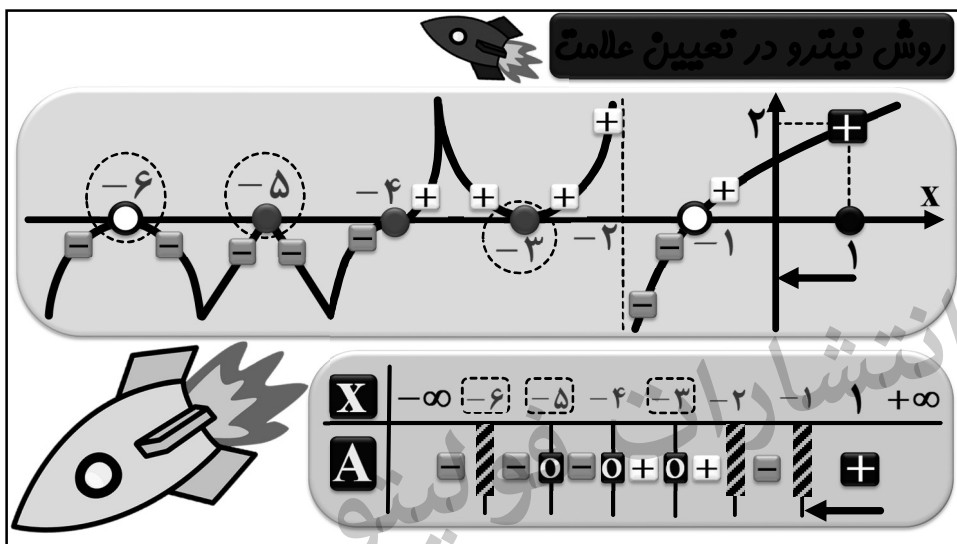
$y = (x-1)$

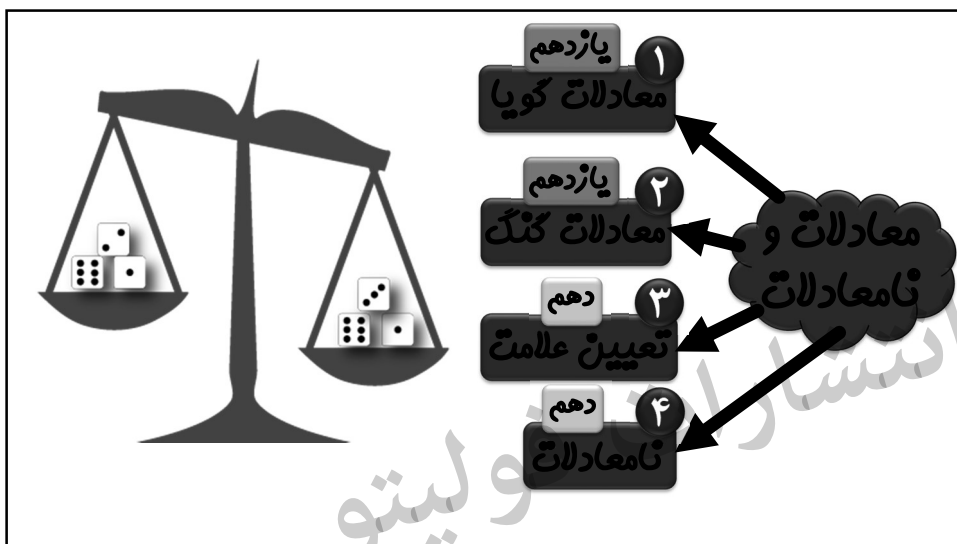
$y = (x-1)^2$

$y = (x-1)^3$

$y = |x-1|$







**T** با توجه به نمودار تابع  $y=f(x)$ ، مجموعه جواب نامعادله  $\frac{|x-1|f(x)}{4x-x^2} \geq 0$  شامل چند عدد طبیعی یک رقمی است؟

۸ (۴)      ۷ (۳)      ۶ (۲) ✓      ۵ (۱)

**A**

**T** مجموعه جواب های حقیقی نامعادله  $x^3 - 3x^2 + 3x - 1 > \frac{3}{4}x(x-1)^2$  کدام است؟

$\{x | -3 < x < 1\}$  (۴)       $\{x | x < -2\}$  (۳) ✓       $\{x | x < -1\}$  (۲)       $\{x | x > -3\}$  (۱)

**A**

**مقایسه دو نمودار**

$f > g \Rightarrow (1, 3)$   $f$  بالای  $g$  است

$f \leq g \Rightarrow (-\infty, 1] \cup [3, +\infty)$   $f$  بالای  $g$  نیست

$f < g \Rightarrow (-\infty, 1) \cup (3, +\infty)$   $f$  پایین  $g$  است

$f \geq g \Rightarrow [1, 3]$   $f$  پایین  $g$  نیست

$f > 0 \Rightarrow (-1, 5)$   $f$  بالای محور  $x$  است

$f \leq 0 \Rightarrow \mathbb{R} - (-1, 5)$   $f$  بالای محور  $x$  نیست

$f < 0 \Rightarrow \mathbb{R} - [-1, 5]$   $f$  پایین محور  $x$  است

$f \geq 0 \Rightarrow [-1, 5]$   $f$  پایین محور  $x$  نیست

**T** هرگاه در سوالی گفته شد تابع  $f$  از تابع  $g$  در بازه  $(a, b)$  بالاتر یا پایین تر است، برای مقاصبی  $a$  و  $b$  به جای حل نامعادله، معادله  $f = g$  را حل کنید!

**T** نمودار تابع  $f(x) = x^2 + x$  در بازه  $(a, b)$  زیر نمودار تابع  $g(x) = 4x + 4$  قرار دارد.

بیشترین مقدار  $b - a$  کدام است؟  $(1) 3$   $(2) 4$   $(3) 5$   $(4) 6$

**A**

**T** در بازه  $(a, b)$ ، نمودار تابع  $y = -x^2 - \frac{1}{4}x + \frac{9}{4}$ ، بالاتر از نمودار تابع  $y = 2x + |x|$  است.

طول نقطه وسط این بازه کدام است؟  $(1) -2$   $(2) -1/5$   $(3) -1$   $(4) -4/5$

**A**

**T** نمودار تابع با ضابطه  $f(x) = x^3 - 4x^2 - x + 4, x > -1$  در بازه  $(a, b)$  زیر محور  $x$  است.

بیشترین مقدار  $b - a$  کدام است؟  $(1) 5$   $(2) 3$   $(3) 4$   $(4) 2$

**A**

**T** نامعادلات قدرمطلقی

هرچا راه داد از قانون ۳ و ۴، تفنگدار، استفاده کن!

**T** مجموعه جواب نامعادله  $\left| \frac{2-x}{2x-3} \right| > 1$ ، به صورت کدام بازه است؟

$(1) \left(1, \frac{3}{2}\right)$   $(2) \left\{\frac{3}{2}\right\} - \left(1, \frac{5}{4}\right)$   $(3) \left(\frac{3}{2}, \frac{5}{4}\right)$   $(4) \left(\frac{5}{4}, 2\right)$

**A**

**T** مجموعه جواب نامعادله  $\left| \frac{x-2}{3} - x \right| \leq 2$  ، کدام است؟

☐  $[-2, 4]$  (1)   
 ☐  $[-2, 1]$  (2)   
 ☐  $[-3, -2] \cup [-1, 1]$  (3)   
 ☒  $[-4, 2]$  (4) ✓

**A**

**T** اگر یک قدرمطلق در عبارت دیدی آن را در دو حالت تعیین علامت کن!

**T** مجموعه جواب نامعادله  $|x^2 + 1| > |x - 2| - 2x + 1$  ، به صورت کدام بازه است؟

☐  $(-2, 1)$  (1)   
 ☐  $(-1, 1)$  (2)   
 ☐  $(-1, 2)$  (3)   
 ☒  $(1, 2)$  (4) ✓

**A**