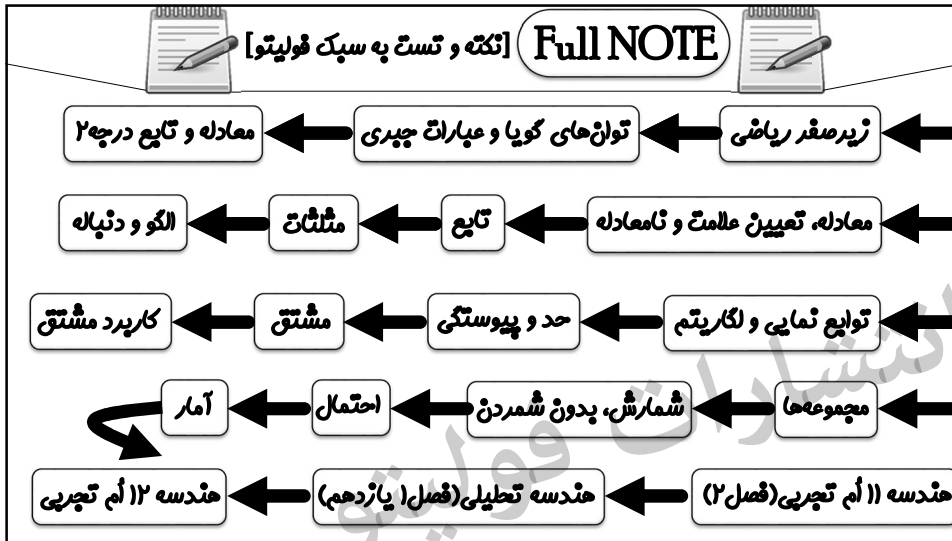


توابع نمایی و لگاریتم

پیش نیازها: زیر صفر + توان های گویا عبارات
 جبری + معادلات (همه در لاش) و نامعادلات + تابع

بودجه بندی این فصل در کنکور؟

رشته ریاضی (۱ سوال) | رشته تجربی (۱ سوال)



تابع نمایی

تابع به فرم $y = a^x$ را نمایی می گوئیم. (پایه اش عدد است و توانش مجهول)

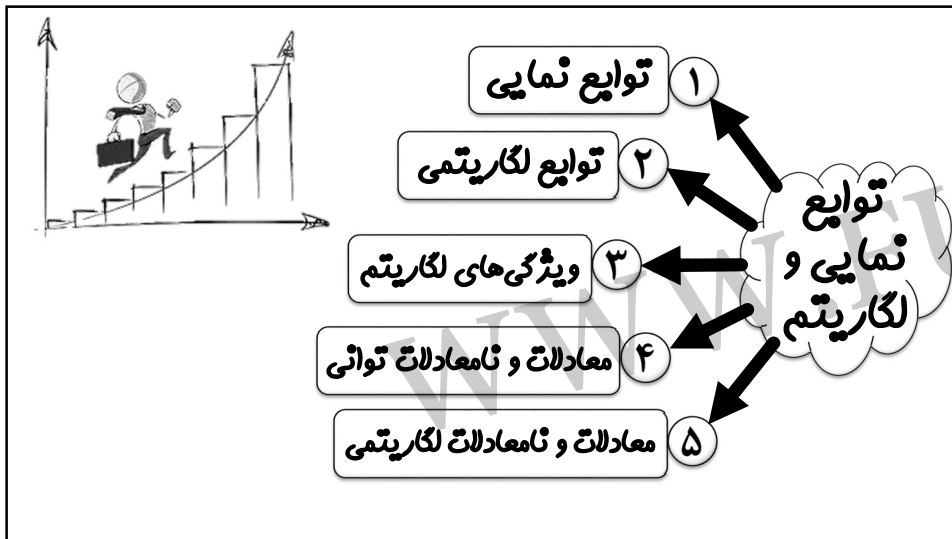
شرط لازم برای آنکه تابع $y = a^x$ نمایی شود این است که اولاً $a > 0$ ثانیاً $a \neq 1$

$y = a^x$ $a > 1$

$y = a^x$ $0 < a < 1$

ویژگی ها

یکنوای اکید ← یک به یک ← معکوس پذیر
دامنه ← \mathbb{R} برد ← \mathbb{R}^+
طول از مبدا ← \otimes عرض از مبدا ← ۱



T هرگاه تابع $f(x) = (a^2 - 4)x + (a+1)^{x+2}$ یک تابع نمایی باشد، نمودار تابع $g(x) = \left(\frac{2a-2}{2a-3}\right)^x$ به کدام شکل زیر شبیه است؟ ☒ (۱) ☐ (۲) ☐ (۳) ☐ (۴) یا ۲

A شرط تابع نمایی شدن پی بود؟

T ضابطه تابع نمایی با جدول زیر کدام است؟

x	۰	۱۰	۲۰	۳۰	۴۰
y	۸۰	۴۰	۲۰	۱۰	۵

$8 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{x}{10}}$ (۴) ☒ $8 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{10 \cdot x}$ (۳) $8 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^x$ (۲) $8 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^x$ (۱)

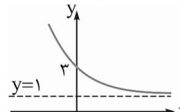
A

T تابع $f(x) = \sqrt[3]{2ax+b}$ از نقطه $\left(\frac{1}{2}, 1\right)$ عبور می‌کند. اگر $f^{-1}(8) = 5$ باشد، حاصل $a-b$ چقدر است؟ (تهرانی خارج ۱۳۰۱)

☐ ۰ (۴) ☐ ۱ (۳) ☐ ۲ (۲) ☒ ۳ (۱)

A

T نمودار مقابل مربوط به تابع با ضابطه $f(x) = b + \left(\frac{1}{4}\right)^{x+a}$ است.



$f^{-1}(2b)$ کدام است؟ ☐ ۰ (۱) ☒ ۱ (۲) ☐ ۲ (۳) ☐ ۳ (۴)

A به دوهای نمودار باید دقت کنی، یکی عدد ۳ و دیگری $y=1$...

T با توجه به نمودار توابع $y = a^{-x}$ و $y = \left(\frac{1}{b}\right)^x$ ، کدام رابطه درست است؟ (کتاب درسی)

$a > b > 1$ (۲) $b > a > 1$ (۱) ✓
 $0 < b < a < 1$ (۴) $0 < a < b < 1$ (۳)

A

مقایسه رشد توابع نمایی

نمودارهای زیر، گویای همه‌ی نکات و جزئیات می‌باشند

فقط قسمتهای مثبت نمودارو یاد بگیر، قسمت منفی جوتش برعکسه!

تابع لگاریتمی

معکوس تابع نمایی است، یعنی $y = a^x \Leftrightarrow x = \log_a y$ ، مبنا

دامنه آن شروط دامنه $y = \log_a B$ می‌شود: $A > 0$ و $B > 0$ و $B \neq 1$

ویژگی‌ها

بکنوا ی اکید ← یک به یک ← معکوس پذیر
 دامنه \mathbb{R}^+ ← برد \mathbb{R}
 طول از مبدا ← ۱ عرض از مبدا ← ۰

$y = \log_a x$ $a > 1$ $y = \log_a x$ $0 < a < 1$

توابع و لگاریتم

۱ توابع نمایی
 ۲ توابع لگاریتمی
 ۳ ویژگی‌های لگاریتم
 ۴ معادلات و نامعادلات توانی
 ۵ معادلات و نامعادلات لگاریتمی

T شکل زیر، نمودار تابع $f(x) = \log_b(ax+3)$ را نمایش می دهد.

حاصل $f(6)$ کدام است؟ (کتاب درسی)

✓ ۲ (۱) ۳ (۲) $\frac{9}{2}$ (۳) $\frac{11}{2}$ (۴)

A

مقایسه رشد توابع لگاریتمی نمودارهای زیر، گویای همه‌ی نکات و جزئیات می باشد!

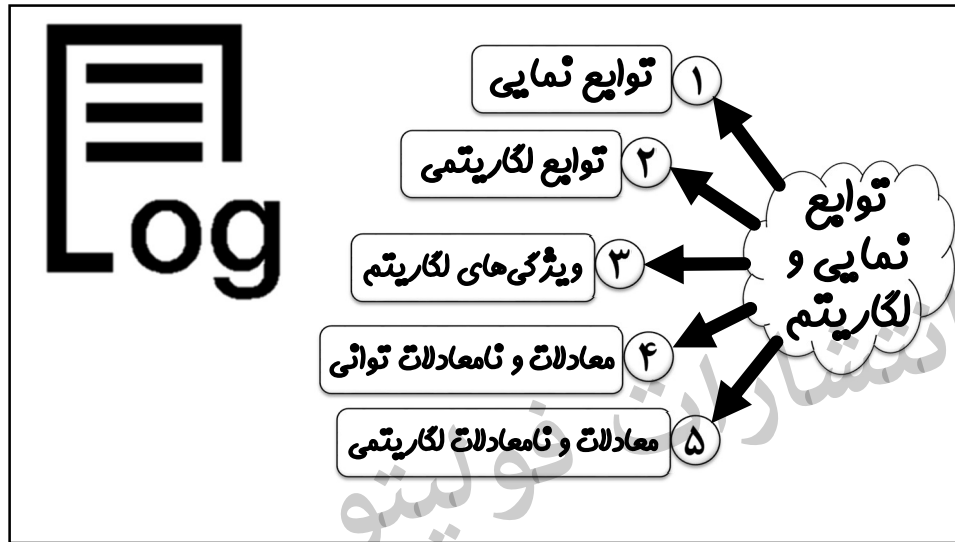
بعد یک، اونی که میناش بزرگتره، نمودارش پایین تره!

T تابع $f(x) = \log_3(ax+b)$ فقط برای مقادیر $x \in (-\frac{1}{3}, +\infty)$ با معنی است. اگر $f(4) = 2$ ، آن گاه $f(-\frac{4}{9})$ کدام است؟ (کنکور ۹۴) ✓ ۱ (۲) -۲ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) ۱

A درواقع هر دو دامنه رو داده، پس نقطه مرزی دامنه همون ریشه فضا است...

T دامنه $f(x) = \sqrt{\frac{x}{\log_{\frac{1}{2}} x}}$ شامل چند عدد صحیح است؟ ✓ ۱ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳ (تجربی دی ۱۴۰۱)

A زیر رادیکال با فاصله زوج باید بزرگتر مساوی صفر باشه...



☐ $\log_a 1 = 0$ ☐ $\log_a a = 1$ ☐ $\log_y x^m = \frac{m}{n} \log_y x$
 ex) $\log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{9} = \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{3^2} = \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{3} + \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{3} = 1 + 1 = 2$
☐ $\log_a xy = \log_a x + \log_a y$ ex) $\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{4} + \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{8} = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{4 \cdot 8} = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{32} = 5$
☐ $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$ ex) if $\log 3 = 0.5 \rightarrow \log 0.27 = ?$
 $\log 0.27 = \log 27 - \log 100 = 3(0.5) - 2 = -0.5$
☐ $\log_a \frac{x}{y} = \frac{\log_a x}{\log_a y}$
☐ $\log 2 + \log 5 = 1$ (رابطه‌ی بین و)

T فرض کنید $10^x = 5$ است. اگر $f(x) = 2$ باشد، ضابطه f کدام است؟ (ریاضی دافل ۱۴۰۱)

☐ $\frac{2x+1}{x+1}$ (۱) ☐ $\frac{x-1}{2x-1}$ (۲) ☒ $\frac{2x-1}{x-1}$ (۳) ☐ $\frac{x+1}{2x+1}$ (۴)

A اول x رو بر حسب لگاریتم بدست بیاور...

T اگر $\log 2 = k$ باشد، حاصل $\log(6-2\sqrt{5}) + 2\log(1+\sqrt{5})$ کدام است؟ (کنکور ۹۰)

☐ $2k$ (۱) ☒ $4k$ (۲) ☐ $1+k$ (۳) ☐ $2+4k$ (۴)

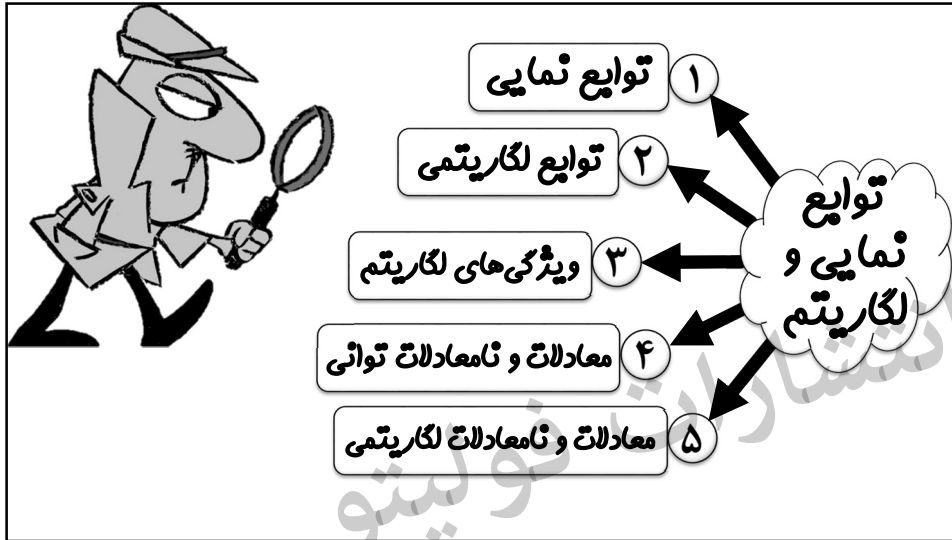
A اون ضرب ۲ پشت لگاریتم رو ببر بالا بنظر رو توان...

T	حاصل عبارت $\log_{21}(147) \log_{21}(1323) + (\log_{21}(3))^2$ کدام است؟ (ریاضی دافل ۱۴۰۰)
۱(۱)	۲(۲)
۳(۳)	۴(۴)✓
A این همون اتحاد اول معروف لگاریتماس ۱۳۲۳ میشه ۹ در ۱۴۷.	

T	اگر $\log_8 18 = m$ باشد، حاصل $\log_4 12$ کدام است؟ (تجربی دافل ۱۴۰۱)
۱(۱)✓	۲(۲)
۳(۳)	۴(۴)
A همه مفاسباتو تو مبنای ۲ انجام بده...	

T	اگر حاصل عبارت $\log_{\sqrt{3}} \frac{1}{\sqrt{3}} - 2$ برابر با $\frac{24}{k}$ باشد، k کدام است؟
۱(۱)	۲(۲)✓
۳(۳)	۴(۴)
A اون ۲ تو توان رو به صورت یه لگاریتم در مبنای ۲ درار! (توجه کن لگاریتم تو نماسه)	

T	اگر $A = (\log 2)^3 + (\log 8)(\log 5) + (\log 5)^3$ باشد، حاصل عبارت $\log_{(3A+5)} (3A+1)$ کدام است؟
۱(۱)	۲(۲)
۳(۳)	۴(۴)✓
A از قلم پیچی که زیرش خط کشیدم شک میکنیم به اتحاد مکعب مجموع ۲ جمله...	



معادلات نمایی معادلاتی که مجهول در نما باشد را معادلات نمایی می‌نامند

T در معادله $|2^{x+1} - 5| = |3 - 2^x|$ ریشه بزرگ‌تر چند برابر ریشه کوچک‌تر است؟

$2 + \log_3 2(4)$ $3 + \log_3 2(3)$ $2 - \log_3 2(2)$ $3 - \log_3 2(1)$ ✓

A که ۵۲ قدرمطلق برابر بودن، یعنی مفتویاتشون برابر یا قرینه همن...

توجه گاهی اوقات با به تغییر متغیر، کار درمیار و معادله راحت حل میشه!

T مجموع ریشه‌های معادله $4^x - 2^{x+3} + 15 = 0$ کدام است؟

$\log_2 15(4)$ ✓ $\log_2 3(3)$ $\log_2 5(2)$ $\log_2 7(1)$

A به تغییر متغیر ملس کارو درمیاره...

نامعادلات نمایی برای حل موفق به نامعادله نمایی باید به جهت یکنوازشون دقت کنی...

$y = a^x$

$X_1 \leq X_2 \Leftrightarrow a^{X_1} \leq a^{X_2}$

جهت تغییرات x و y یکبه

$y = a^x$

$0 < a < 1$

$X_1 \leq X_2 \Leftrightarrow a^{X_1} \geq a^{X_2}$

جهت تغییرات x و y برعکس همبرکس

T مجموعه جواب‌های نامعادله $(7+4\sqrt{3})^{2x^2-4x} < (7-4\sqrt{3})^{2-x}$ شامل چند عدد صحیح است؟
 ۱) ۰ ۲) بی شمار ۳) ۱ ۴) ۲

A پایه‌ها در دو طرف برعکس هم هستند (گشتش تو فصل توان‌های گویا و... بود)

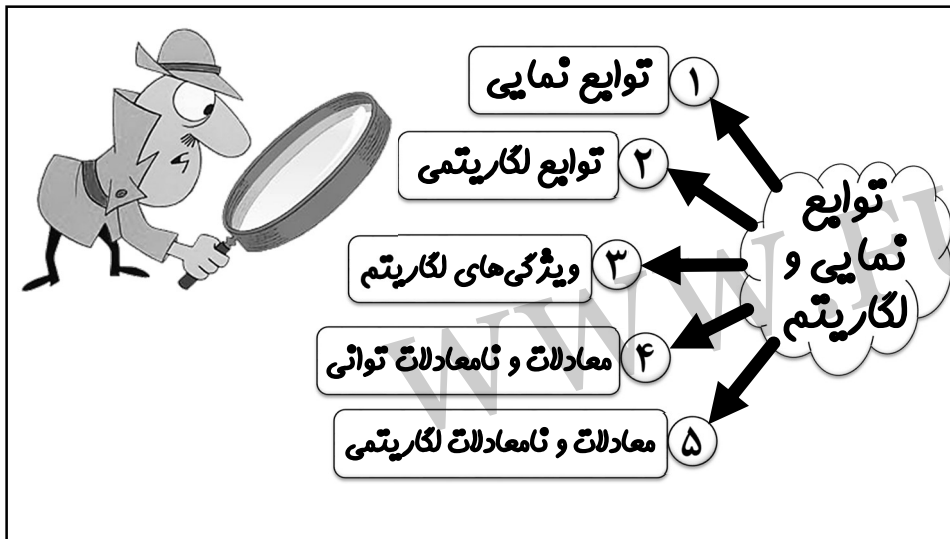
T دامنه تابع $y = \sqrt[4]{\left(\frac{1}{8}\right)^x - \left(\frac{1}{25}\right)^{x-1}}$ کدام گزینه است؟
 ۱) $[-2, +\infty)$ ۲) $(-\infty, -2]$ ۳) $(-\infty, +\infty)$ ۴) $(-\infty, 2]$

A پایه‌ها رو به صورت توانی از ۲ بنویس، شرط دامنه اینجا چی میشه؟ (رادیکال فرجه زوج داره)

معادلات لگاریتمی مجهول در لگاریتم است. برای حل، از فرمول‌های لگاریتمی طوری استفاده می‌کنیم که یک لگاریتم مساوی یک عدد شود... در آخر جواب‌ها را چک می‌کنیم که در دامنه‌ی لگاریتم تشریف داشته باشند!

T اگر $a = \sqrt{3^2 \log_3 8 - \log_3 16}$ باشد، مجموعه ریشه‌های معادله $\log_a(x+1) + \log_a(x-1) = 3$ چقدر است؟
 ۱) ۳ ۲) ۲ ۳) ۱ ۴) ۲ ۵) صفر

A A رو باید با قانون لگاریتم در نما بدست بیاری...



نامعادلات لگاریتمی باز هم توجه به جهت یکنواپی، لگاریتم است! (و در آخر اشتراک جوابا با دامنه...)

$y = \log_a x$
 $a > 1$

$X_1 \leq X_2 \Leftrightarrow \log_a X_1 \leq \log_a X_2$

$\Leftrightarrow X_1 \leq X_2$

$y = \log_a x$
 $0 < a < 1$

$X_1 \leq X_2 \Leftrightarrow \log_a X_1 \geq \log_a X_2$

$\Leftrightarrow X_1 \leq X_2$

T چند عدد طبیعی در نامعادله $-1 < \log_{\frac{1}{25}}(2x-3) < -2$ صدق می کند؟

(۱) شش (۲) هفت (۳) هشت (۴) پنج

A هرکدام از نامعادلات قرمز و آبی رو جدا حل کن و پیشون اشتراک بگیر...

T اگر $\log 3 = 0.4$, $\log 2 = 0.3$ باشد، اختلاف ریشه‌های معادله $x^2(\log 3.0) + 2x(\log 6) - \log \frac{5}{6} = 0$ چقدر است؟ (تقریبی دافل ۱۳۰۲)

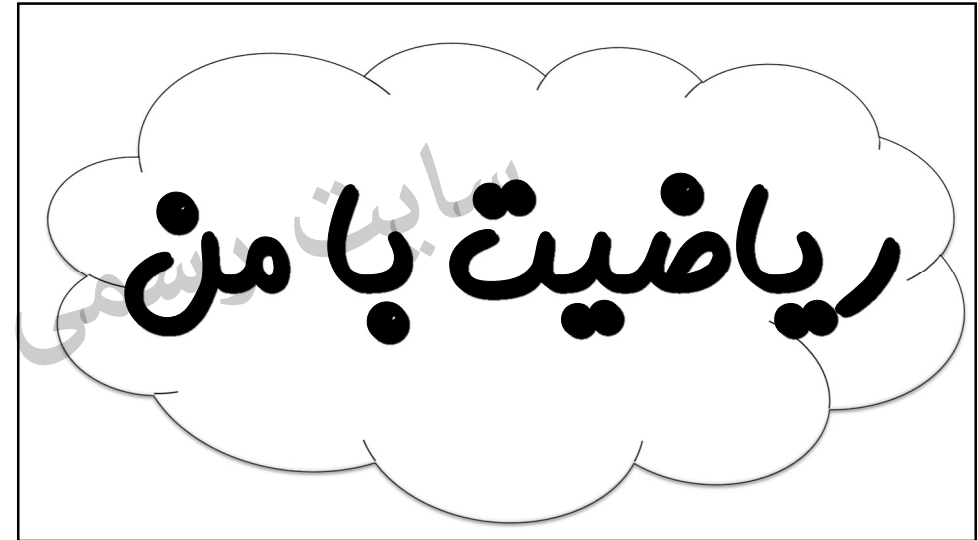
(۱) ۰.۷ (۲) ۰.۵ (۳) ۱/۴ (۴) ۱ ✓

A

T اگر $f(x) = \sqrt{3-x}$ و $g(x) = \log_2(x^2 + 2x)$ باشد، دامنه تابع $f \circ g$ کدام است؟ (کنکور ۹۴)

(۱) $[-4, 2]$ (۲) $[0, 2]$ (۳) $[-4, -1] \cup (1, 2]$ (۴) $(0, 2] \cup [-4, -2)$ ✓

A اول باید دامنه f و g رو بدس پیاری...



کاربرد لگاریتم در زلزله			
انرژی آزاد شده از یک زلزله‌ی M ریشتری را با E نشان می‌دهند			
$\log E = 11/8 + 1/5 M$ که واحدش اِرج است و از فرمول روبرو بدست می‌آید :			
T انرژی آزاد شده در یک زلزله ۸ ریشتری چند برابر انرژی آزاد شده در یک زلزله ۶ ریشتری است؟			
۱۰(۱)	۱۰۰(۲)	۱۰۰۰(۳) ✓	۱۰۰۰۰(۴)
A کافیه رابطه رو بلد باشی....			

WWW.FULLITO.COM